



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
DEPARTAMENTO DE APOIO À PESQUISA



Laboratório de Meios Porosos
e Propriedades Termofísicas

RELATÓRIO FINAL - FORMAÇÃO E INTERFERÊNCIA DE ESTEIRAS DE VÓRTICES PROVOCADAS POR OBSTÁCULOS SÓLIDOS

NOME DO PROFESSOR ORIENTADOR: PAULO CESAR PHILIPPI

ASSINATURA

NOME DO BOLSISTA: GUILHERME ELLER HAVERROTH

ASSINATURA

Florianópolis, 16 de agosto de 2005.

1. Resumo

A solução do escoamento de fluidos em torno de corpos rombudos é útil para engenharia devido às suas aplicações em situações reais como *risers* de plataformas de petróleo e pilares de pontes. O escoamento com número de Reynolds superior a ≈ 45 induz o aparecimento de vórtices imediatamente após o corpo rombudo, formando a esteira de vórtices de von Karmann. O corpo fica então sujeito a forças dinâmicas que fazem com que o mesmo vibre com frequências ligadas às frequências com que se desprendem os vórtices. O presente trabalho foi limitado a um cilindro bidimensional.

O modelo consiste na simulação da evolução da função distribuição de partículas, situadas em pontos discretos de uma rede regular, com um número discreto de velocidades e que apresenta simetria suficiente para que se reproduzam as equações de Navier-Stokes quando o número de sítios é grande.

Dois métodos são utilizados para a solução das equações do movimento do fluido. O método BGK consiste na utilização da equação de Boltzmann discretizada. O segundo é um modelo discreto da equação contínua de Boltzmann baseado no Método dos Treze Momentos de Grad, conhecido como Modelo de Boltzmann na rede a vários tempos de relaxação, ou MRT-LBM (*multiple-relaxation-time – lattice-Boltzmann models*). A diferença entre o MRT e o BGK (*single-relaxation-time*) é a presença de vários tempos de relaxação ao invés de apenas um. O MRT apresenta algumas vantagens com relação ao BGK, como a maior estabilidade e a possibilidade de simular escoamentos termohidrodinâmicos. O modelo MRT, no entanto, é de 10 a 15% mais lento que o seu contraponto BGK.

Implementou-se o MRT em duas dimensões e nove velocidades para escoamentos com números de Reynolds entre 50 e 200. Os resultados obtidos foram comparados através dos números adimensionais relevantes, como o número de Strouhal, e os coeficientes de arrasto e sustentação, com os resultados obtidos experimentalmente e trabalhos anteriores. Os resultados obtidos confirmam que o modelo MRT pode ser utilizado para escoamentos monofásicos a baixo número de Reynolds.

A permeabilidade intrínseca de meios porosos encontra sua importância na engenharia devido, entre outras, à crescente aplicação de filtros porosos em processos industriais e à importância existente na extração de petróleo existente em rochas porosas. Cada meio poroso possui uma permeabilidade intrínseca que está estreitamente ligada à vazão volumétrica possível no leito poroso. O método BGK é utilizado, neste trabalho, na simulação de escoamento em meios porosos possibilitando assim a obtenção da permeabilidade intrínseca. Simulações foram realizadas em meios porosos ideais através de células cúbicas tridimensionais.

Palavras-chave: lattice-Boltzmann; Vários Tempos de Relaxação; Dinâmica de Vórtices, Permeabilidade.

2. Introdução

O estudo da formação e interferência de vórtices provocados por objetos sólidos imersos em um escoamento encontra sua importância na busca da compreensão e desenvolvimento de modelos computacionais para solução de escoamentos como o Modelo de lattice-Boltzmann a Vários Tempos de Relaxação e o Modelo de lattice-Boltzmann utilizando o operador BGK. É ainda foco de interesse devido a sua estreita ligação com problemas reais de engenharia como o escoamento em torno de *risers* de plataformas de petróleo e pilares de pontes. O presente estudo foi limitado ao caso de um cilindro bidimensional em um escoamento monofásico e incompressível.

O escoamento em torno de corpos sólidos com número de Reynolds Re superior a 45 induz o aparecimento de vórtices imediatamente após o corpo, formando a chamada esteira de vórtices de von Kármán. Os vórtices são gerados devido à diferença de pressão no escoamento ao longo de sua superfície e da consequente formação da zona de recirculação à jusante do corpo. Analisando-se a distribuição de pressão a partir da montante do escoamento, ao longo da superfície do cilindro é constatado que a pressão vai decrescendo (gradiente de pressão negativo), caracterizada pelo crescimento na velocidade do escoamento junto à superfície do corpo devido ao estreitamento no espaçamento entre as linhas de corrente. Sabe-se que a vazão mássica entre duas linhas de corrente é sempre constante ao longo do escoamento, no entanto a vazão mássica transversal à linha de corrente é sempre nula. À jusante do escoamento ocorre o distanciamento das linhas de corrente, acarretando na diminuição da velocidade do escoamento junto à superfície do corpo e na consequente inversão do gradiente de pressão, tornando-se um gradiente adverso (gradiente de pressão positivo, ou seja, crescente). Este fato acarreta no descolamento do escoamento e na consequente formação de zona de recirculação à jusante do mesmo. A interação entre a camada de fluido que descola do cilindro e a porção de fluido proveniente da zona de recirculação proporciona a formação dos vórtices, formando então a já citada esteira de vórtices de von Kármán, Fox e McDonald, 2001. O desprendimento dos vórtices acontece de forma oscilatória, fazendo com que o cilindro fique sujeito à ação de forças dinâmicas transversais ao escoamento, também chamadas forças de sustentação. As forças de sustentação atuam de maneira que o cilindro vibre com frequências ligadas às frequências de desprendimento dos vórtices. Estas por sua vez são expressas através do número de Strouhal St . Também sofre influência dos vórtices a força de arrasto à qual está submetido o cilindro, que se torna oscilatória e induz solicitações no corpo sólido paralelas à direção de escoamento.

A extração de óleo em águas profundas utiliza grupos de tubos metálicos conectando os pontos de perfuração e as plataformas flutuantes na superfície. Estes tubos metálicos, chamados *risers*, têm muitas vezes vários metros de comprimento e estão sujeitos a vários tipos de regimes de escoamento ao longo de todo o seu comprimento. As forças induzidas na estrutura pelo movimento das águas oceânicas podem causar vibrações indesejadas (devido à característica oscilatória do escoamento) e até mesmo choques entre os tubos, levando a uma diminuição da vida média dos *risers*. O estudo da interferência das esteiras formadas pelo escoamento de um fluido ao redor de dois cilindros tem aplicação prática na previsão das principais forças atuantes em um pequeno grupo de tubos.

Para a realização do presente estudo foram adotados o modelo de lattice-Boltzmann a um tempo de relaxação, utilizando-se o operador BGK de colisão, e o modelo de lattice-Boltzmann a vários tempos de relaxação. Neste trabalho se obtêm os parâmetros adimensionais número de St e os coeficientes de sustentação C_l e arrasto C_d .

Estes expressam, respectivamente, as frequências de oscilação das forças, as forças de sustentação e de arrasto às quais está sujeito o cilindro e que são relevantes na análise do problema abordado. Os resultados obtidos são então comparados com resultados existentes na literatura. Através deste procedimento o principal objetivo do estudo é alcançado: a compreensão dos modelos de lattice-Boltzmann para resolução de escoamentos monofásicos. A obtenção de resultados satisfatórios para problemas de menor complexidade, como escoamento em torno de cilindros sólidos, permite a validação do modelo como método de resolução e posterior aplicação na resolução de problemas mais complexos. Os resultados obtidos permitem ainda a adoção do método como uma possível ferramenta de análise das vibrações às quais estão submetidos corpos sólidos envoltos por escoamentos externos. As vibrações em tais casos podem atingir tal magnitude de amplitude e frequência a ponto de serem requisitos de projeto.

Objetivando dar seqüência na utilização do modelo de lattice-Boltzmann a um tempo de relaxação, ou seja, utilizando-se o operador BGK, é proposto a análise da permeabilidade intrínseca em meios porosos. Três meios considerados ideais são analisados: SC (*simple cubic*), FCC (*face-centred cubic*) e BCC (*body-centred cubic*). O escoamento então é simulado em apenas uma célula, sendo o meio sólido imerso no escoamento. O meio SC é constituído de diversas células cúbicas com uma esfera centrada em cada cubo representando o sólido. O meio FCC é constituído de diversas células cúbicas, sendo estas constituídas por esferas nos vértices dos cubos e nas faces dos mesmos. O terceiro meio, BCC, é constituído de células cúbicas constituídas por esferas nos vértices e por uma única esfera centrada no cubo. Posteriormente à utilização de meios porosos ideais foca-se a aplicação do modelo de lattice-Boltzmann em meios porosos reconstruídos, ou seja, meios porosos reais.

O escoamento de fluido homogêneo em meio poroso é descrito pela conhecida Lei de Darcy. Darcy investigou o escoamento de água em um filtro vertical homogêneo de areia conectado às fontes de água da cidade de Dijon, França. De suas experiências, Darcy concluiu que a vazão volumétrica Q (volume por unidade de tempo) é proporcional à área transversal (constante) ao escoamento A , proporcional à diferença de cota ($h_1 - h_2$) e inversamente proporcional ao comprimento L . Das conclusões de Darcy:

$$Q = \frac{KA(h_1 - h_2)}{L} \quad (2.1)$$

onde K é a condutividade hidráulica, também chamado de coeficiente de permeabilidade. Definindo q como a vazão volumétrica por unidade de área A , a equação (1.1) pode ser escrita como:

$$q = KJ \quad (2.2)$$

onde J pode ser descrito como gradiente hidráulico. A equação (2.2) é válida somente para escoamentos unidimensionais. Generalizando a Lei de Darcy para escoamentos tridimensionais:

$$q = KJ = -K \text{grad} \vartheta \quad (2.3)$$

onde q é o vetor fluxo específico e $-K \text{grad} \vartheta$ é o gradiente hidráulico, Bear, 1988.

Na maioria dos casos a Lei de Darcy só é válida para números de Reynolds (baseado no diâmetro do grão que compõe o meio poroso) menores que 10.

A permeabilidade intrínseca, ou coeficiente de permeabilidade, é um parâmetro fundamental do meio a ser conhecido já que ela é indispensável para a utilização da Lei de Darcy, nos casos de escoamentos monofásicos. Em casos de escoamentos bifásicos a permeabilidade intrínseca permite a determinação da permeabilidade relativa na iteração entre fluido-fluido-meio. Exemplo típico da necessidade de conhecimento da permeabilidade intrínseca e da permeabilidade relativa são os poços de petróleo, filtros e aquíferos. O petróleo fica armazenado em rochas porosas, sendo possível a sua extração somente quando conhecidas as características do meio poroso.

O modelo de lattice-Boltzmann utilizando o operador BGK é extremamente aconselhável nesses casos pois sua melhor faixa de aplicabilidade se encontra a baixos Reynolds e geometrias complexas.

3. Materiais e Métodos

O método de Boltzmann para redes surgiu no final da década de oitenta (MacNamara e Zanetti, 1988), sendo considerado de início como uma extensão dos modelos de gás em rede (Lattice Gas Automata), Frisch et al, 1986. A atenção despertada resultou em inúmeros trabalhos e no conseqüente aperfeiçoamento do método (Higuera e Jimenez, 1989; Qian et al., 1992).

O método de Boltzmann para redes usa a equação de transporte de Boltzmann para a resolução dos problemas da mecânica dos fluidos, em contraste com os métodos convencionais da dinâmica dos fluidos computacional que obtêm variáveis como pressão e velocidade pela resolução numérica da equação de Navier-Stokes no tempo e no espaço. A equação de Boltzmann descreve a evolução da função distribuição de densidade de partículas ocupando um dado sítio com determinada velocidade. O uso do método de Boltzmann para redes tem despertado a atenção da comunidade científica pela sua facilidade de implementação e paralelização (já que o método é explícito e local), Luo, 2000.

A principal razão do uso do método de Boltzmann para redes é a simplicidade de implementação de condições de contorno complexas (como a estrutura de um meio poroso), além da possibilidade de simulação de fluidos complexos com facilidade. A obtenção do campo de forças, por exemplo, é realizada considerando a troca de quantidade de movimento entre as partículas do fluido e a superfície sólida. Apesar disso, na comunidade científica, as discussões sobre a melhor forma de implementar as condições de contorno e sobre a validade destas condições estão longe de terminar, Mei et al, 1999 e Rohde et al., 2003. O principal desafio dos pesquisadores ligados a este método é flexibilizar as redes utilizadas (que são regulares) com o objetivo de simular superfícies mais suaves (com um erro de discretização menor). Vários métodos foram propostos neste sentido, Rohde et al., 2003.

3.1. Método BGK

O método de Boltzmann para redes pode ser pensado como uma discretização da equação de Boltzmann. Esta discretização é realizada utilizando-se um espaço discreto (os vértices de uma rede regular) e tempos discretos (atualização simultânea de todos os pontos da rede). A representação do fluido é feita com a utilização de uma função distribuição N_i que indica o valor esperado do número de partículas em uma posição \vec{X} (um dos vértices da rede) no tempo T (número de passos de tempo). O índice i varre todas as direções da rede: b_m velocidades não-nulas, mais uma direção alocada para as partículas com velocidade nula, totalizando $b_m + 1$ direções. O conjunto de vetores \vec{c}_i , $i=0, \dots, b_m$, é o que representa as velocidades da rede, e a cada velocidade \vec{c}_i está associado uma determinada densidade de partículas N_i . A função distribuição é atualizada pela seguinte equação:

$$N_i(\vec{X} + \vec{c}_i, T + 1) = N_i(\vec{X}, T) + \Omega_i(\vec{X}, T)$$

onde \vec{c}_i representa a distância entre dois sítios na rede e Ω_i é o operador de colisão, descrito a seguir.

A interação entre as partículas que compõe o fluido é representada pelo operador de colisão. Considerando que em um escoamento monofásico o principal efeito das

colisões é levar a distribuição N_i para uma distribuição de equilíbrio N_i^{eq} (que pode ser descrita por parâmetros macroscópicos como densidade e velocidade do fluido), podemos utilizar um operador de colisão tipo BGK:

$$\Omega_i = \frac{N_i^{eq}(\vec{X}, T) - N_i(\vec{X}, T)}{\tau},$$

onde τ é o tempo de relaxação, relacionado com a viscosidade do fluido que está sendo simulado.

As variáveis macroscópicas, densidade ρ e quantidade de movimento $\rho\vec{u}$, são definidas como momentos da função distribuição:

$$\rho = \sum_i N_i$$

$$\rho\vec{u} = \sum_i N_i \vec{c}_i,$$

A distribuição de equilíbrio pode ser deduzida a partir de considerações microscópicas, como a conservação da massa e da quantidade de movimento no processo de colisão, e também a partir da forma das equações macroscópicas que se deseja simular. Uma escolha adequada de N_i^{eq} leva a um comportamento macroscópico que pode ser descrito pelas equações:

$$\partial_t \rho + \partial_\alpha (\rho u_\alpha) = 0$$

$$\partial_t (\rho u_\alpha) + \partial_\beta (\rho u_\alpha u_\beta) = \partial_\alpha (p) + \nu \partial_\beta (\partial_\beta (\rho u_\alpha) + \partial_\alpha (\rho u_\beta))$$

onde p é a pressão (neste caso, proporcional à densidade, como em um gás ideal), e a viscosidade ν é função do tempo de relaxação.

Quando as partículas encontram um sítio aonde deve existir uma parede elas são refletidas na direção inversa. Deste modo a condição de não escorregamento é obedecida. As forças que agem sobre o cilindro podem ser calculadas através da quantidade de movimento trocada em cada colisão das partículas com a parede, em cada passo de tempo. A força total que age sobre o cilindro é dada então por:

$$\vec{F} = \sum_{\text{sítios}} \sum_i 2N_i \vec{c}_i$$

A soma é realizada sobre todos os sítios que se conectam a determinada parede por alguma direção i (neste caso a soma é realizada somente nas direções que apontam para parede). Utilizando este método pode-se calcular a força de arrasto e sustentação (componentes x e y da força \vec{F} , aonde x é a direção principal do escoamento) em qualquer geometria com precisão.

Quando o escoamento é simétrico com respeito à direção principal x , a força de sustentação é zero. Isso acontece apenas a baixo número de Reynolds. Quando o número de Reynolds aumenta, o desprendimento periódico de vórtices atrás do cilindro produz uma força de sustentação oscilatória com a mesma frequência com que os vórtices são formados.

O coeficiente de arrasto médio é calculado como a média temporal de:

$$C_D(T) = \frac{F_x(T)}{\frac{1}{2}\rho U^2 D}$$

O coeficiente de sustentação é calculado de forma análoga, mas usando a componente ortogonal à direção principal do escoamento, F_y . O coeficiente de sustentação é função do tempo e freqüentemente a média dele é igual a zero. Uma forma alternativa de avaliar-se este coeficiente é calcular o desvio quadrático médio dele, de acordo com a equação:

$$C_L^{rms} = \sqrt{\frac{\sum_{T=1}^{T+N} [C_L(T) - \bar{C}_L]^2}{T N}}$$

Para avaliar a freqüência de formação dos vórtices é realizada a transformada de Fourier do coeficiente de sustentação. O resultado é dado em termos do número adimensional de Strouhal:

$$St = \frac{fD}{U}$$

3.2. Método dos Momentos

A equação generalizada de lattice-Boltzmann, também conhecida como Método dos Momentos, foi proposta por d'Humières em 1992. Até então, utilizava-se para os Modelos de lattice-Boltzmann a distribuição de equilíbrio derivada da distribuição de Maxwell-Boltzmann, Kennard, 1938. D'Humières adicionou graus de liberdade à distribuição de equilíbrio, retirando assim o vínculo de existir apenas *um* tempo de relaxação para o equilíbrio. A equação de evolução para o modelo proposto por d'Humières é a seguinte:

$$N_i(\vec{x} + \vec{c}_i, t + 1) = N_i(\vec{x}, t) - \sum_j \Lambda_{ij} [N_j(\vec{x}, t) - N_j^{eq}(\vec{x}, t)] \quad (3.1)$$

a qual nos diz que as partículas de fluido da direção i do sítio \vec{x} no tempo t da rede, $N_i(\vec{x}, t)$, foram relaxadas para um equilíbrio previamente definido $\vec{N}^{(eq)}$ em um processo no qual atua a matriz de colisão Λ , e que estas partículas (já relaxadas) se encontrarão no próximo passo de tempo no sítio $\vec{x} + \vec{c}_i$.

Para recobrar as equações de Navier-Stokes, deve-se conservar a densidade e a quantidade de movimento durante a fase de colisão (Qian et al, 1992), de modo que:

$$\sum_i N_i = \sum_i N_i^{eq} = \rho, \quad (3.2)$$

$$\sum_i N_i c_{i\alpha} = \sum_i N_i^{eq} c_{i\alpha} = \rho u_\alpha, \quad (3.3)$$

onde ρ é a densidade e u_α é a componente α da velocidade.

Deste modo, a matriz de colisão Λ é escolhida para ter os seus autovalores nulos associados aos autovetores das quantidades conservadas durante a colisão, ditas hidrodinâmicas, e os demais autovalores, que são os diversos tempos de relaxação, devem estar associados aos autovetores das quantidades não conservadas, ditas cinéticas.

Os modos cinéticos, no entanto, são relaxados no espaço de momentos, e não no espaço de velocidades, ou seja, não se faz a colisão com as informações contidas no vetor $\vec{N} = (N_0, N_1, N_2, \dots, N_{b_m})$, mas sim com estas informações transformadas para o espaço de momentos, cuja relação é

$$\vec{\hat{N}} = \mathbf{M} \vec{N}, \quad (3.4)$$

onde $\vec{\hat{N}}$ é o vetor de momentos e \mathbf{M} é a matriz formada pelos autovetores da matriz de colisão, que deverão formar um conjunto ortogonal para o conjunto \mathfrak{R}^{b_m+1} . O porquê dos autovetores da matriz de colisão necessariamente formarem um conjunto ortogonal será explicado mais adiante.

Para tornar mais clara esta transformação de espaços, toma-se como exemplo o autovetor da matriz de colisão associado à densidade $\vec{e}_0 = (1, 1, \dots, 1)$, definido como sendo a primeira linha da matriz \mathbf{M} . Aplicando a eq. (3.4) e tomando apenas o primeiro elemento de $\vec{\hat{N}}$, \hat{N}_0 , tem-se

$$\hat{N}_0 = \vec{e}_0 \cdot \vec{N} = \sum_i e_{0i} N_i = \sum_i 1 N_i = \sum_i N_i = \rho$$

que é a densidade.

Aplicando-se o procedimento anterior para o autovetor da matriz de colisão associado à quantidade de movimento em x, obtêm-se o momento ρu_x ; para o autovetor da matriz de colisão associado à energia, obter-se-á a energia; e assim por diante, até recuperar-se todas as com os $b_m + 1$ momentos necessários para a completa descrição do estado de um sítio qualquer da rede.

Para obter a equação generalizada de lattice-Boltzmann em sua forma mais simples, multiplica-se a eq. (3.1) por \mathbf{M} e aplica-se as definições dos parágrafos anteriores, e vem que (em notação vetorial)

$$\mathbf{M} \vec{N}' = \mathbf{M} \vec{N} - \mathbf{M} \Lambda (\vec{N} - \vec{N}^{eq}),$$

onde \vec{N}' é o estado pós-colisional. A matriz identidade \mathbf{I} pode ser escrita como

$$\mathbf{I} = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{M},$$

onde \mathbf{M}^{-1} é a inversa da matriz \mathbf{M} , e faz-se

$$\mathbf{M} \vec{N}' = \mathbf{M} \vec{N} - \mathbf{M} \Lambda \mathbf{M}^{-1} \mathbf{M} (\vec{N} - \vec{N}^{eq}),$$

e substituindo de uma maneira genérica $\mathbf{M} \vec{N}' = \hat{\vec{N}}'$, tem-se

$$\hat{\vec{N}}' = \hat{\vec{N}} - \mathbf{M} \Lambda \mathbf{M}^{-1} (\hat{\vec{N}} - \hat{\vec{N}}^{eq}).$$

A matriz $\hat{\Lambda} = \mathbf{M} \Lambda \mathbf{M}^{-1}$ é uma transformação da matriz Λ pela matriz ortogonal \mathbf{M} , e a matriz resultante $\hat{\Lambda}$ é uma matriz diagonal formada pelos autovalores da matriz Λ (Hadley, 1969), que foram justamente definidos como sendo os tempos de relaxação do modelo. Este é motivo pelo qual a matriz \mathbf{M} é formada por um conjunto ortogonal de vetores: ela possui a propriedade de diagonalizar a matriz de colisão.

Então, a equação generalizada de lattice-Boltzmann pode ser escrita em sua forma resumida como:

$$\hat{N}' = \hat{N} - \hat{\Lambda} (\hat{N} - \hat{N}^{eq}),$$

onde $\hat{\Lambda} = \text{diag}(s_0, s_1, s_2, \dots, s_{b_m})$, e s_i são os tempos de relaxação associados aos autovetores de Λ e seus valores estão no intervalo $]0,2[$. Se os tempos não nulos de relaxação (referentes às quantidades cinéticas) forem iguais, a Equação Generalizada de lattice-Boltzmann se reduz ao modelo BGK .

4. Considerações Parciais

4.1 Cilindro Sólido

4.1.1. Síntese das Atividades Realizadas com Método BGK

Anteriormente ao início das simulações foi definido o tamanho da rede e diâmetro do cilindro como sendo, respectivamente 1000 x 600 e 40 unidades de rede. Estes foram baseados nos valores utilizados por Surmas et al., 2003. Três situações foram simuladas variando-se o número de Reynolds: Re 60, 100 e 200.

Os três casos foram analisados para escoamento monofásico bidimensional incompressível. Os resultados apresentados se referem ao escoamento já em regime permanente.

4.1.2. Resultados Obtidos

As Fig.4.1, Fig.4.2 e Fig.4.3 representam os campos de velocidade para os escoamentos plenamente desenvolvidos a Re 60, 100 e 200 respectivamente. Constatase facilmente que conforme aumenta o número de Re aumenta a frequência de desprendimento de vórtices assim como os vórtices se desprendem cada vez mais próximo do cilindro. Com o aumento da frequência de desprendimentos dos vórtices é esperado igualmente o aumento do St uma vez que este expressa a frequência de geração de vórtices. Este fato fica evidente ao analisarmos St x Re para os resultados obtidos para os três casos simulados, Fig.4.4:

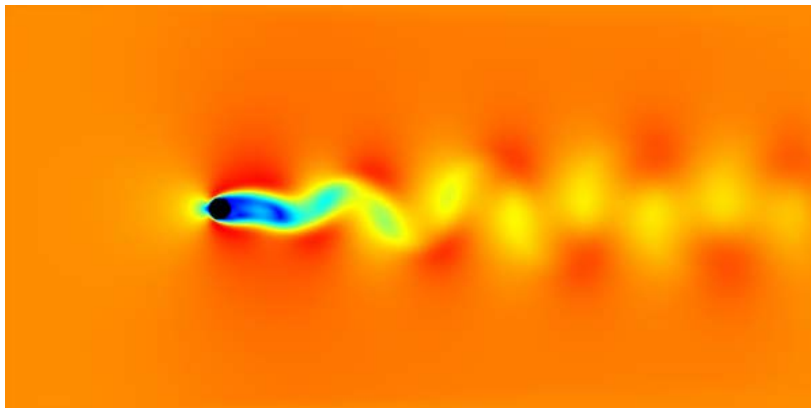


Fig.4.1 – Campo de velocidades para escoamento monofásico com Re 60 utilizando-se o Método BGK.

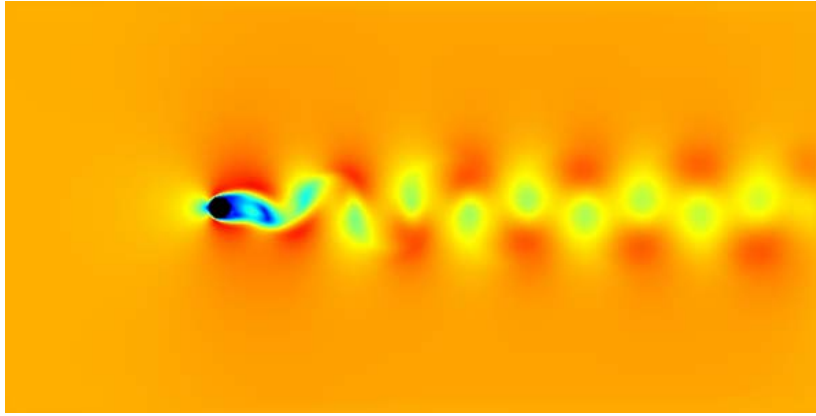


Fig.4.2 – Campo de velocidades para escoamento monofásico com Re 100 utilizando-se o Método BGK.

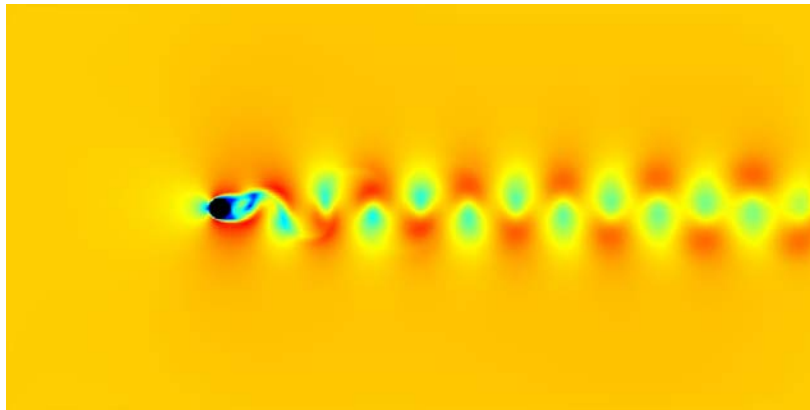


Fig.4.3 – Campo de velocidades para escoamento monofásico com Re 200 utilizando-se o Método BGK.

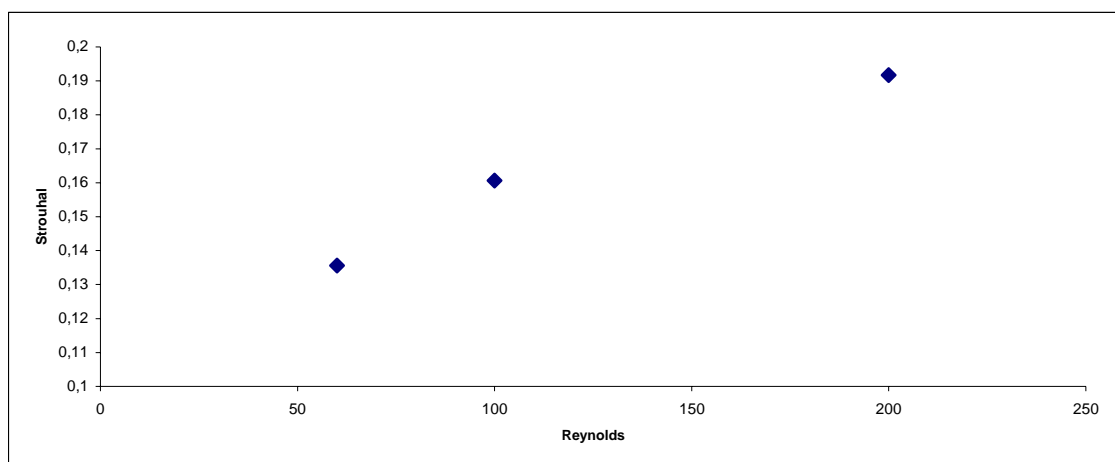


Fig.4.4 – Número de Strouhal para um cilindro em escoamento monofásico pelo Método BGK.

Ao compararmos estes resultados com os resultados obtidos por Surmas et al. (Fig.4.5) verificamos boa concordância entre ambos, sendo que as soluções convergem para um mesmo resultado à medida que aumenta o número de Re . É também de nosso interesse obter o coeficiente C_d . Baseando-se em dados existentes na literatura espera-se que este coeficiente decaia com o aumento do número de Re . Analisando graficamente os resultados obtidos (Fig.4.6) verificamos que realmente há um decaimento no C_d e, comparando estes mesmos resultados com os resultados obtidos por Surmas et al., Lima e Silva et al. e Sucker and Bauer (Fig.4.7):

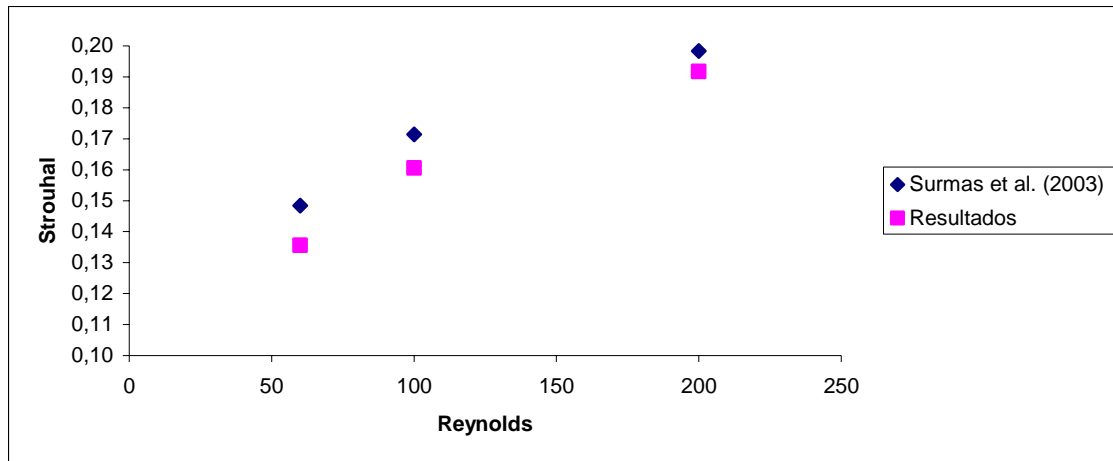


Fig.4.5 - Comparação entre resultados do número de Strouhal para um cilindro em escoamento monofásico pelo Método BGK.

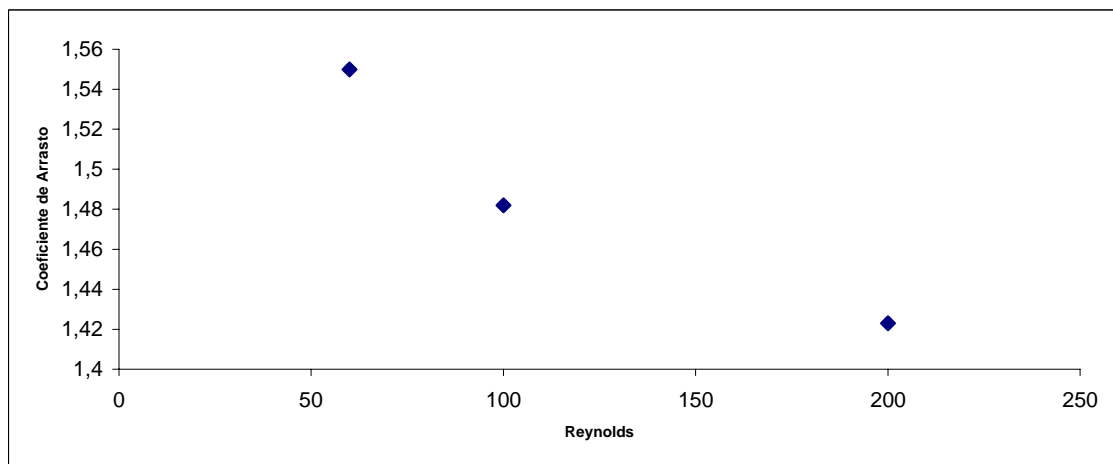


Fig.4.6 - Coeficiente de arrasto para um cilindro em escoamento monofásico pelo Método BGK.

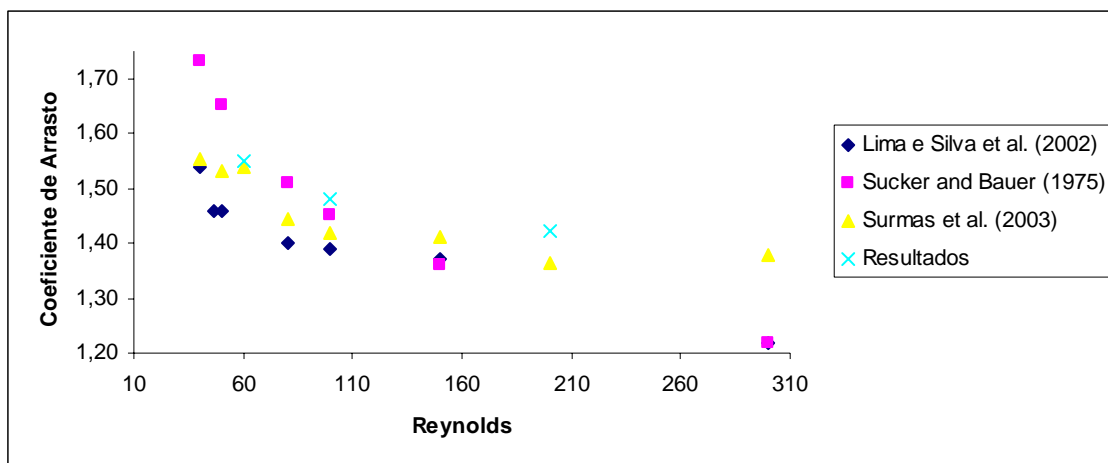


Fig.4.7 - Comparação entre resultados do coeficiente de arrasto para um cilindro em escoamento monofásico pelo Método BKG.

Os resultados obtidos confirmam a expectativa de que o Método BKG apresenta concordância quando comparado a resultados existentes na literatura. Através desta concordância podemos afirmar que o método é consistente, podendo entretanto ainda ser alvo de estudos e desenvolvimento visando a ampliação da aplicabilidade do método para demais casos relevantes.

4.2.1. Síntese das Atividades Realizadas com Método dos Momentos

Visando a utilização do Método dos Momentos, simulações preliminares foram realizadas para a escolha do tamanho de rede adequado à resolução do problema abordado. As redes tiveram suas dimensões variadas entre 400 x 200 unidades de rede a 2400 x 1200 unidades de rede. Paralelamente foram realizados testes buscando a dimensão adequada para o cilindro, tendo este seu diâmetro variado de 10 a 60 unidades de rede. Foram simuladas três situações distintas com números de Re iguais a 60, 100 e 200.

Para o escoamento com número de Re 60 utilizou-se uma rede de dimensões 400 x 200 unidades de rede e cilindro com diâmetro de 10 unidades de rede.

O escoamento com número de Re 100 foi simulado com duas configurações distintas. Na primeira configuração adotou-se uma rede de 400 x 200 unidades de rede com cilindro de 10 unidades de rede de diâmetro. Na segunda configuração adotou-se uma rede de 1000 x 500 unidades de rede com cilindro de 25 unidades de rede de diâmetro. Visa-se com isto diminuir os erros devido à utilização de rede regular discretizada no espaço e no tempo e de aproximação da geometria criada com a rede discretizada em relação à geometria real do cilindro. Quanto maior for a rede e maior for o diâmetro do cilindro, mais próximo do real será o objeto criado na rede discretizada. Porém quanto maior for a rede, maior será o custo computacional para a realização da simulação.

O terceiro escoamento simulado, com número de Re 200, foi realizado com seis configurações distintas descritas no quadro abaixo:

Tamanho da Rede	480x240	600x300	800x400	1000x500	1600x800	2400x1200
Diâmetro do Cilindro	10	15	20	25	40	60

Tabela 4.1 – Tamanhos de Rede e Diâmetros do Cilindro em Unidades de Rede para Simulação com Re 200

Novamente tenta-se reduzir os erros de geometria devido à utilização de uma rede discretizada, porém aumentando os custos computacionais. Para cada simulação obtém-se o número de St e os coeficientes C_l e C_d . Os resultados obtidos são então comparados com os resultados obtidos por Surmas et al.

4.2.2. Resultados Obtidos

As Fig.4.8, Fig.4.9 e Fig.4.10/Fig.4.11 representam respectivamente os campos de velocidade para os escoamentos plenamente desenvolvidos para Re 60, Re 100 e Re 200. Novamente é verificado que, com o aumento do número de Re aumenta a frequência de desprendimento de vórtices assim como os vórtices se desprendem cada vez mais próximo do cilindro.

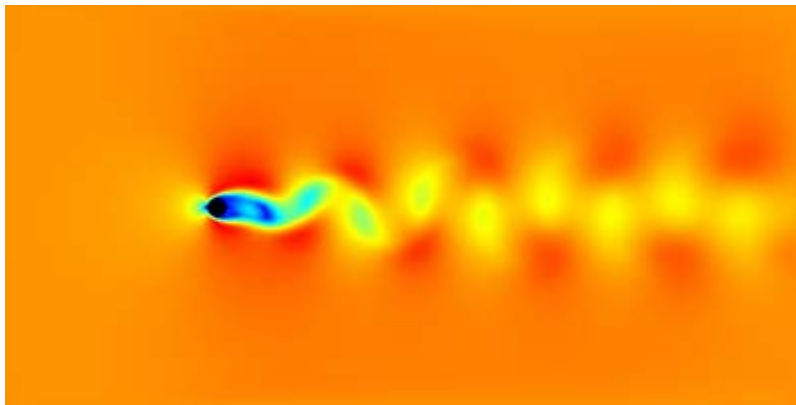


Fig.4.8 – Campo de velocidades para escoamento com Re 60 tendo como diâmetro do cilindro 10 unidades de rede e tamanho de rede 400 x 200 unidades de rede pelo Método dos Momentos.

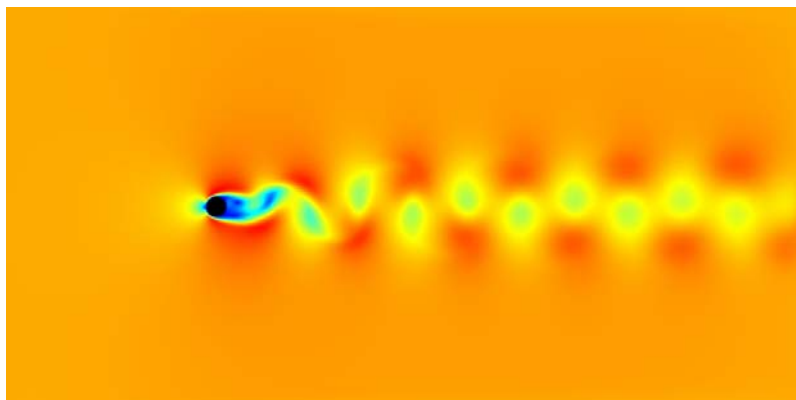


Fig.4.9 – Campo de velocidades para escoamento com Re 100 tendo como diâmetro do cilindro 25 unidades de rede e tamanho de rede 1000 x 500 unidades de rede pelo Método dos Momentos.

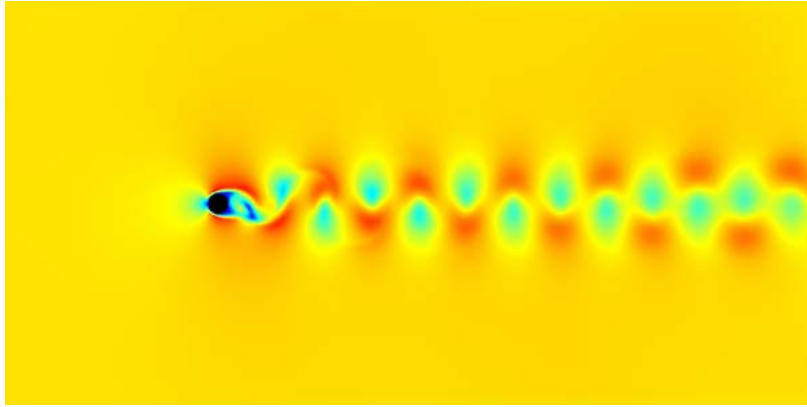


Fig.4.10 – Campo de velocidades para escoamento com Re 200 tendo como diâmetro do cilindro 15 unidades de rede e tamanho de rede 600 x 300 unidades de rede pelo Método dos Momentos.

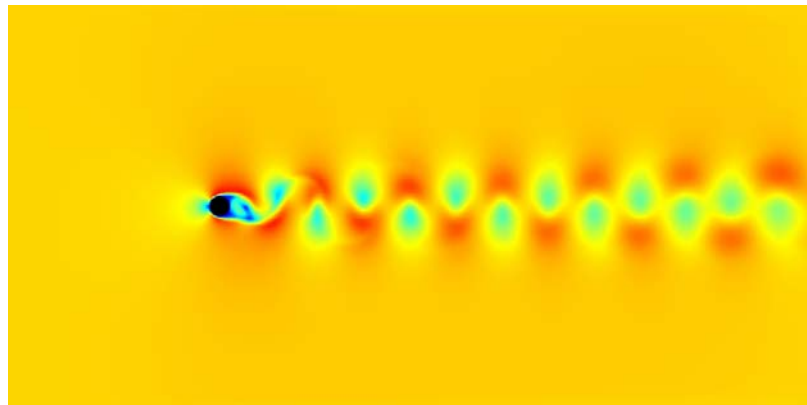


Fig.4.11 – Campo de velocidades para escoamento com Re 200 tendo como diâmetro do cilindro 25 unidades de rede e tamanho de rede 1000 x 500 unidades de rede pelo Método dos Momentos.

Plotando $St \times Re$ para os resultados obtidos pelo Método dos Momentos, Fig.4.12:

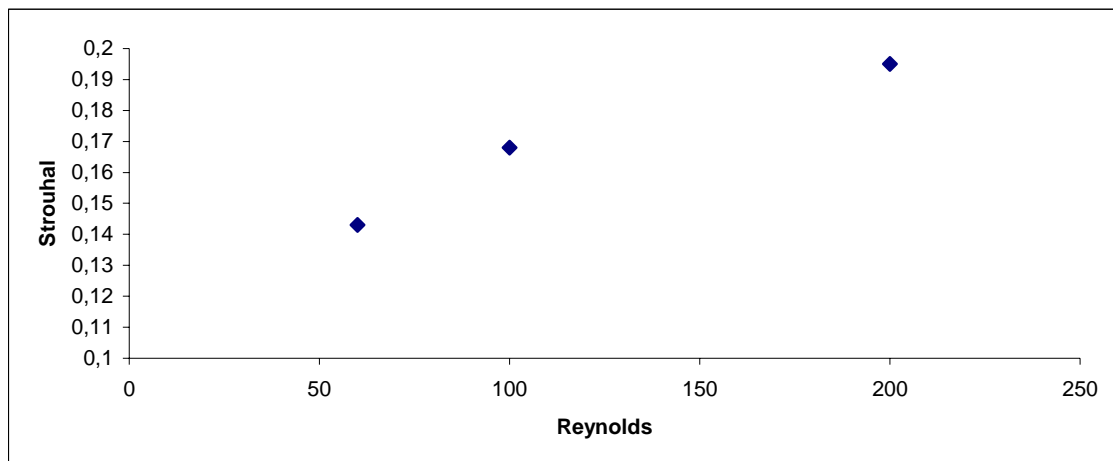


Fig.4.12 – Número de Strouhal para um cilindro em escoamento monofásico.

Ao compararmos estes resultados com os resultados obtidos por Surmas et al. (Fig.4.13) verificamos boa concordância entre ambos, sendo que as soluções convergem para um mesmo resultado à medida que aumenta o número de Re . É também de nosso interesse obter o coeficiente C_d . Baseando-se em dados existentes na literatura espera-se que este coeficiente decaia com o aumento do número de Re . Plotando os resultados obtidos (Fig.4.14) verificamos que realmente há um decaimento no C_d e, comparando estes mesmos resultados com os resultados obtidos por Surmas et al., Lima e Silva et al. e Sucker and Bauer (Fig.4.15):

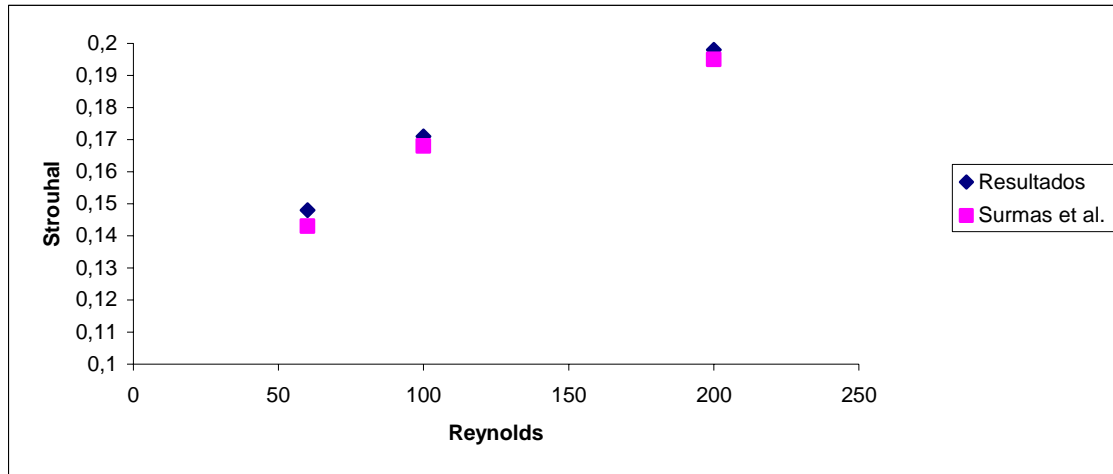


Fig.4.13 – Comparação entre resultados do número de Strouhal para um cilindro em escoamento monofásico pelo Método dos Momentos.

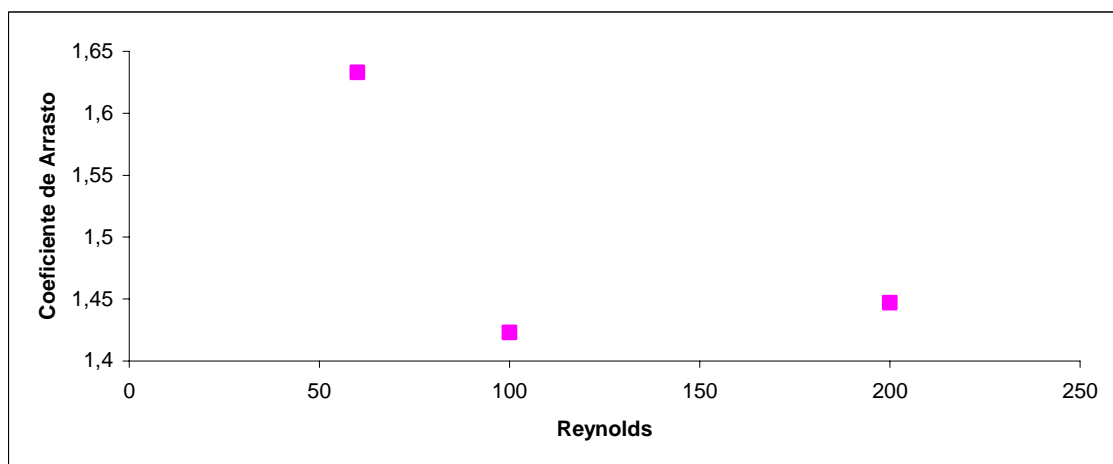


Fig.4.14 – Coeficiente de arrasto para um cilindro em escoamento monofásico pelo Método dos Momentos.

Ao analisar os resultados obtidos para o coeficiente de arrasto C_d nota-se uma satisfatória concordância com os demais trabalhos. Porém há a indicação de que conforme aumenta o número de Re existirá uma suave divergência do coeficiente de arrasto, sendo portanto necessárias mais pesquisas para esclarecimento desta

discordância de tendências. No entanto para baixos números de Re os resultados obtidos são muito satisfatórios.

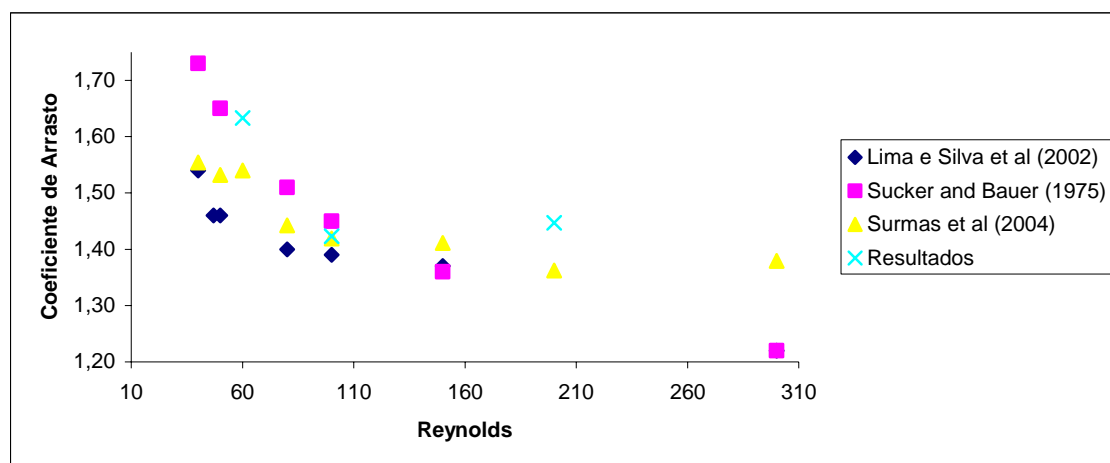


Fig.4.15 – Comparação entre resultados do coeficiente de arrasto para um cilindro em escoamento monofásico pelo Método dos Momentos.

Os resultados obtidos com o Modelo de lattice-Boltzmann a vários tempos de relaxação para escoamento em torno de corpos rombudos são muito satisfatórios já que se observa acentuada concordância com demais resultados encontrados na literatura. Destacam-se os resultados obtidos para o número de Strouhal onde praticamente não há diferenças entre os resultados obtidos pelo presente trabalho e os resultados obtidos por Surmas et al.

Em relação ao que foi obtido para o coeficiente de arrasto C_d observou-se uma pequena discrepância nos resultados. Isto sugere que simulações em maior número e maiores dimensões deveriam ser realizadas buscando esclarecimentos. Alternativamente o desenvolvimento mais acentuado das condições de contorno ou até mesmo a busca de novas condições de contorno seria interessante para reduzir os efeitos da discretização da rede e da representação da superfície circular do cilindro, minimizando assim os possíveis erros e discrepâncias.

Computacionalmente o Modelo de lattice-Boltzmann a vários tempos de relaxação é mais custoso, dependendo cerca de 10 a 15% mais tempo de simulação. Entretanto o modelo é muito mais estável e possui considerável invariância galileana. Os resultados obtidos e analisados confirmam que o MRT pode ser utilizado para análise de escoamentos monofásicos em torno de corpos rombudos a baixos números de Re . Abrem ainda a possibilidade de expandir a aplicação do modelo para outros casos.

O modelo adotado possui características satisfatórias e suficientes para descrever os efeitos de vibração em um corpo rombudo quando este está submetido a um escoamento monofásico, sendo portanto uma potencial ferramenta de engenharia.

4.2 Permeabilidade Intrínseca

Anteriormente ao início das simulações computacionais visando a determinação da permeabilidade intrínseca foram definidos, para cada meio poroso, tamanhos ótimos das células a serem utilizadas. Busca-se com isso diminuir os erros causados pela utilização de uma rede regular discreta. Obtêm-se conseqüentemente valores mais aptos a serem comparados com os valores teóricos. Os valores ótimos são determinados

comparando-se o volume real de sólido existente na célula e o valor gerado na rede discretizada sendo adotados os valores que apresentam melhor concordância.

Simulações com o código computacional utilizando o modelo de lattice-Boltzmann com o operador BGK foram realizadas, primeiramente, em geometrias menos complexas. Visando a validação do procedimento adotado para estimar as permeabilidades intrínsecas dos meios foram simulados escoamentos em tubos capilares. Utilizando-se condições de contorno periódicas, faz-se necessário a simulação do escoamento em apenas uma seção do tubo capilar, uma vez q o perfil de velocidades é constante ao longo do tubo. Os resultados apresentados (tabela 4.2) apresentam boa concordância. Permitem ainda observar que, conforme aumenta o diâmetro D do tubo capilar, diminuem os efeitos de discretização, aproximando os resultados simulados dos resultados teóricos.

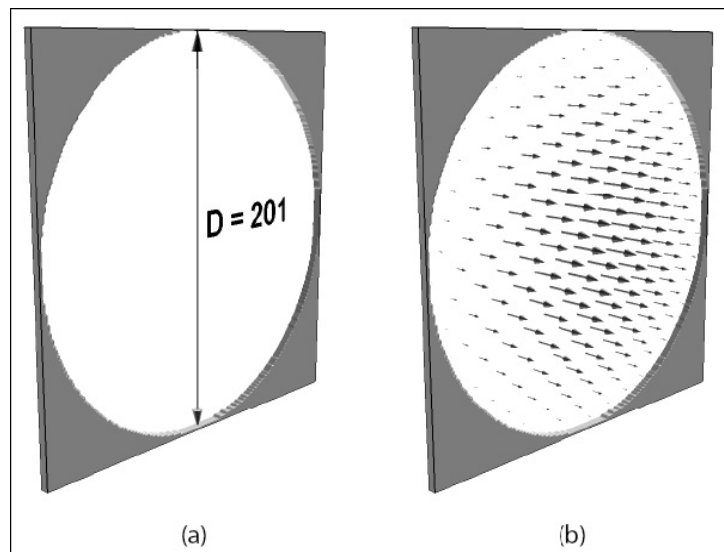


Fig. 4.16 – (a) Seção do tubo capilar com $D = 201$ unidades de rede. (b) Gradiente de velocidade da seção do tubo capilar.

Diâmetro	k Teórico	k Simulado	Erro %
25	19.53	20.26	3.7
49	75.03	76.44	1.88
99	306.28	309.583	1.08
201	1262.53	1269.66	0.56

Tabela 4.2 – Comparação entre os resultados simulados e teóricos para tubo capilar.

Simulações em geometrias mais complexas podem agora ser realizadas. Estas geometrias são compostas por arranjos de esferas que por sua vez estão dispostas em células chamadas células cúbicas: SC (*simple cubic*), FCC (*face-centred cubic*) e BCC (*body-centred cubic*). O escoamento é então simulado sendo o meio sólido imerso no próprio escoamento. O meio SC é constituído de diversas células cúbicas com uma esfera centrada em cada cubo representando o sólido.

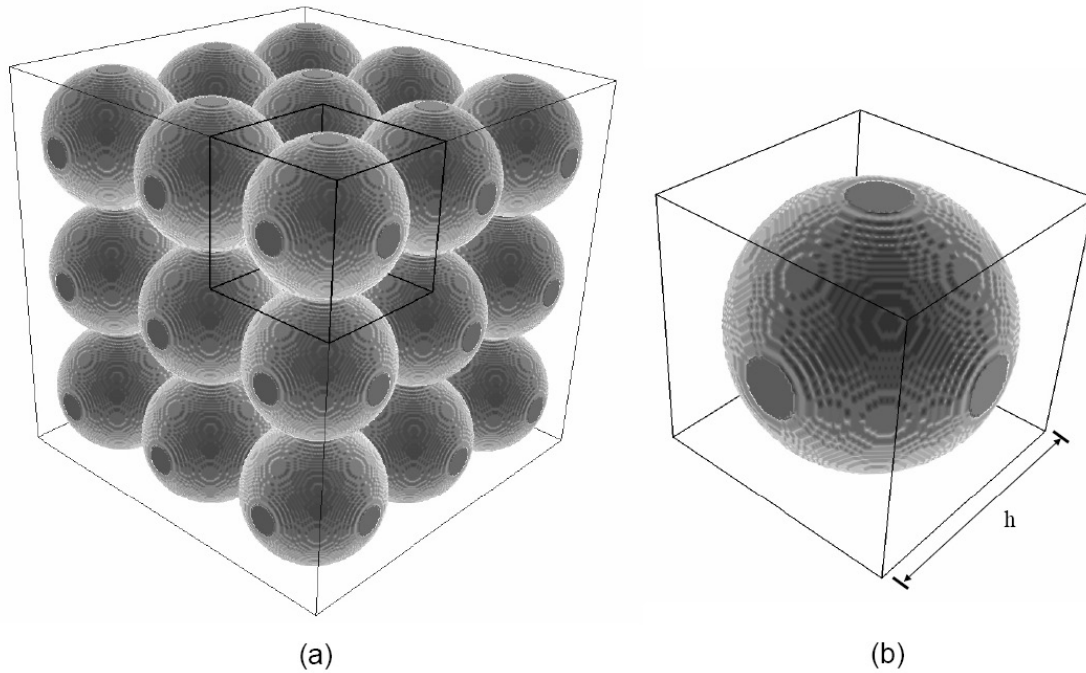


Fig. 4.17 – (a) Arranjo de esferas cúbico de corpo centrado (b) Cubo com esfera centrada em detalhe.

Diâmetro	Aresta da Célula (h)	k Teórico	k Simulado	Erro (%)
22	21	0.67098	0.69457	3.5
44	42	2.7763	2.7618	0.52
66	63	6.1671	6.1310	0.58
112	107	17.978	17.924	0.3
138	131	25.114	25.002	0.45

Tabela 4.3 – Comparação entre os resultados simulados e teóricos para um arranjo periódico de esferas.

Os resultados obtidos para o meio SC estão apresentados na tabela 4.2. Nas simulações realizadas foram adotadas condições de contorno periódicas. Graças à simetria existente no meio SC, adotando condições de contorno periódicas faz-se necessária a simulação em apenas uma célula do meio. As pequenas discrepâncias existentes entre os resultados teórico e simulado podem ser atribuídas aos efeitos de discretização, sendo estes amenizados de acordo com o aumento do tamanho da célula e da esfera. Observa-se que na maioria dos casos os resultados simulados são semelhantes aos resultados teóricos, havendo apenas um leve desacordo quando utilizado uma célula de tamanho muito reduzido.

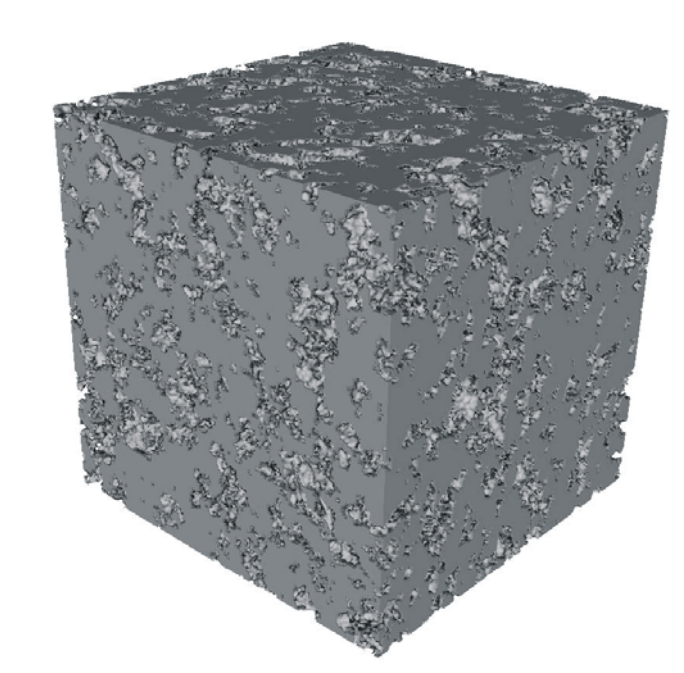


Fig. 4.18 – Meio poroso reconstruído pelo método da Gaussiana Truncada.

Amostra	Porosidade ϕ	k Experimental (<i>mDa</i>)	k Simulado (<i>mDa</i>)
B005	21.5	152.5	482
B006	22	197.5	233.2
B007	26.7	407.8	1940
B008	25.3	540	435
B009	27.6	642	902

Tabela 4.4 – Comparação entre os resultados simulados e experimentais para meios reconstruídos.

Simulações em meios porosos reconstruídos foram realizadas visando a determinação da permeabilidade intrínseca de rochas existentes em poços de petróleo brasileiros através de imagens fornecidas pela CENPES/Petrobras. Comparando os resultados simulados com os resultados experimentais nota-se uma boa estimativa para três dos cinco casos estudados (tabela 4.3), havendo porém considerável discordância para os outros dois casos.

Atribuem-se as diferenças entre os resultados à dificuldade envolvida nos processos de reconstrução do meio poroso e simulação de escoamentos no mesmo. Exercem efeito sobre os resultados, igualmente, o pequeno tamanho das estruturas usadas. Estas têm suas dimensões limitadas por custos computacionais envolvidos na simulação (tempo de simulação e equipamento necessário) assim como no próprio processo de reconstrução de imagens (reconstruções de imagens de dimensões elevadas têm alto custo computacional).

Mais pesquisas se fazem necessárias para que se possa determinar os tamanhos mínimos ou ótimos das células que representem adequadamente o meio poroso e possibilite simulações de escoamento.

5. Referências Bibliográfica

- BEAR, J., Dynamics of Fluids in Porous Media, *Dover Publications*, 1988.
- CHEN, S., CHEN, H., MARTINEZ, D. & MATTHAEUS, W. Lattice Boltzmann model for simulation of magnetohydrodynamics, *Phys. Rev. Lett.* 67(27). 3776 (1991).
- D'HUMIÈRES, D. Generalized Lattice Boltzmann Equations. *Prog.Aeronaut. Astronaut.*, 159, 450-458 (1992).
- FOX, R. W. & MCDONALD, A. T., Introdução à Mecânica dos Fluidos, *LTC Editora, Edição 5ª*, 2001.
- HADLEY, G. Linear Algebra, *Addison-Wesley Publishing Company*, 3rd Ed. (1969).
- KENNARD, E. H. Kinetic Theory of Gases. *McGraw-hill Book Company*, 1938.
- LANGE, C. F., DURST, F., BREUER, M.: Momentum and Heat Transfer from Cylinders in Laminar Crossflow at $10^{-4} \leq Re \leq 200$. *Int. J. of Heat and Mass Trans.*, v. 41, p. 3409-3430, 1998.
- LARSON, R. E., HIGDON, J. J. L., A periodic grain consolidation model of porous media, *Phys. Fluids A, Vol. 1, No. 1*, 1989.
- LIMA E SILVA, A.L.F, SURMAS, R., DOS SANTOS, L.O.E., PHILIPPI, P.C., SILVEIRA NETO, A. Comparative Numerical Simulation of Two-Dimensional Flows Over a Pair of Circular Cylinders, Disposed in Tandem, Using Immersed Boundary and Lattice-Boltzmann Methods. *Conference On Bluff Body Wakes And Vortex Induced Vibrations*, Port Douglas, Australia, dezembro de 2002.
- LIMA E SILVA, A.L.F., SILVEIRA-NETO, A. E DAMASCENO, J.J.R. Numerical Simulation of Two Dimensional Flows over a Circular Cylinder using the Imersed Boundary Method. *J. Computacional Physics*, v. 189, p. 351-370, 2003.
- LUO, L. S. The Lattice-Gas and Lattice Boltzmann Methods: Past, Present and Future. *The 4th International Conference on Applied Computational Fluid Dynamics*, Pequim, China, 17-20 de outubro de 2000.
- MACEDO, H. Elementos da Teoria Cinética dos Gases. *Editora Guanabara Dois*, 1978.
- MEI, R., LUO, L.-S., SHYY, W. An Accurate Curved Boundary Treatment in the Lattice Boltzmann Method. *Journal of Computational Physics*, v. 155, p. 307-330, 1999.
- MENEGHINI, J.R., SALTARA, F., SIQUEIRA, C.L.R., FERRARI JR, J. A. Numerical Simulation of Flow Interference Between Two Circular Cylinders in Tandem and Side-by-Side Arrangements. *Journal of Fluids and Structures*, v. 15, p. 327-350, 2001.

PHILIPPI, P.C., SANTOS, L.O.E.; SURMAS, R.; HEGELE JR, L.A. Vortex Shedding from Two-Dimensional Obstacles. *Second Symposium On Computational Modeling Of Multi-Scale Phenomena*, Petrópolis, Brasil, 2002.

QIAN, Y., D'HUMIÈRES, D. & LALLEMAND, P. Lattice BGK models for the Navier-Stokes equation, *Europhys. Lett.* 17(6), 479 (1992).

RIVET, J.-P. & BOON, J. P. Lattice Gas Hydrodynamics, *Cambridge University Press* (2001).

ROHDE, M., KANDHAI, D., DERKSEN, J.J., VAN DER AKKER, H.E.A. Improved bounce-back methods for no-slip walls in lattice-Boltzmann schemes: Theory and simulations. *Physical Review E*, v. 67, 066703, 2003.

SURMAS, R., SANTOS, L.O.E., PHILIPPI, P.C. Flow Interference in Bluff Body Wakes. *Lecture Notes In Computer Science*, v. 2657, p. 967-976, 2003.