



2º CONGRESSO BRASILEIRO DE P&D EM PETRÓLEO & GÁS

EFEITOS DINÂMICOS EM PROCESSOS DE INVASÃO DE FLUIDOS EM MEIOS POROSOS

Fabiano Gilberto Wolf¹, Paulo Cesar Philippi²

¹ Universidade Federal de Santa Catarina,
Laboratório de Meios Porosos e Propriedades Termofísicas – LMPT
fabiano@lmpt.ufsc.br

² Universidade Federal de Santa Catarina
Laboratório de Meios Porosos e Propriedades Termofísicas – LMPT
philippi@lmpt.ufsc.br

Resumo – O Modelo de Gás em Rede Booleano com Mediadores de Campo (MLGA) foi utilizado para a determinação de curvas de pressão capilar em geometrias porosas simplificadas bidimensionais. Visto que, o modelo MLGA possibilita a simulação de *fenômenos dinâmicos* que ocorrem ao nível de poro, o processo de deslocamento imiscível entre as fases presentes no escoamento pode ser observado e analisado para diferentes regimes. Dessa forma, as características evidenciadas nas curvas de pressão capilar podem ser imediatamente confrontadas com os fenômenos observados. Uma importante característica mostrada nas simulações de drenagem e embebição é a presença de mecanismos de aprisionamento que resultam em efeitos de histerese. Os resultados obtidos, aparentemente, confirmam a viabilidade do modelo MLGA tanto para a análise dinâmica de processos de deslocamento imiscível quanto para a obtenção de curvas de pressão capilar em meios porosos.

Palavras-Chave: Deslocamento Imiscível, Escoamentos Bifásicos, Modelos de Gás em Rede, Meios Porosos.

Abstract – The Field Mediators Boolean Lattice-Gas Model (MLGA) was used for the determination of capillary pressure curves inside two-dimensional simplified porous structures. As the MLGA model makes possible the simulation of *dynamical phenomena* at the pore level, the immiscible displacement process between the phases in flow can be observed and analyzed for the different regimes. Hence, the evidenced features in the capillary pressure curves can be confronted with the observed phenomena. An important peculiarity showed in the drainage and imbibition simulations is the presence of trapping mechanisms that result in hysteresis effects. The obtained results, apparently, confirm the suitability of MLGA model as much for the dynamical analysis of immiscible displacement as for the obtaining of capillary pressure curves in porous media.

Keywords: Immiscible Displacement, Two-Phase Flow, Lattice-Gas Model, Porous Media.

1. Introdução

Visando o melhor entendimento dos processos físicos envolvidos no deslocamento imiscível em escala de poro, utiliza-se nesse trabalho um modelo de gás em rede (Frisch et al., 1986) para simular o escoamento bifásico de fluidos em meios porosos, chamado Modelo de Gás em Rede Booleano com Mediadores de Campo (MLGA) (Santos & Philippi, 2002). A análise realizada tenta evidenciar os aspectos dinâmicos presentes e suas influências nas curvas de pressão capilar obtidas para um determinado par de fluidos e meio poroso. O problema investigado visa verificar a viabilidade do modelo MLGA para a simulação de escoamentos bifásicos em geometrias porosas.

2. Modelos de Gás em Rede

2.1. Modelo FHP

O modelo de gás em rede FHP foi introduzido inicialmente por Frisch, Hasslacher e Pomeau (FHP) (1986) e é baseado em uma rede discreta hexagonal com seis direções. Na evolução dos estados dos sítios da rede, as partículas colidem entre si e são propagadas para os sítios vizinhos mais próximos, sempre conservando massa e quantidade de movimento total. As partículas respeitam um princípio de exclusão, o qual permite somente uma partícula em cada direção. Dependendo do modelo de interesse, podem existir tanto partículas com velocidade unitária quanto partículas em repouso presentes nos vértices da rede. As partículas em repouso participam juntamente com partículas em movimento nas etapas colisionais. O modelo FHP possui o tensor viscosidade isotrópico (Frisch et al., 1986), e conseqüentemente pode ser utilizado para simulação de escoamentos de fluidos que seguem a equação de Navier-Stokes. A figura (1) ilustra as etapas de colisão e propagação em uma rede hexagonal.

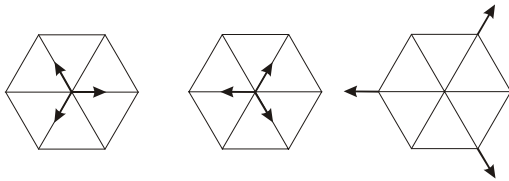


Figura 1 – Etapas de colisão e propagação de três partículas em uma rede hexagonal. Na figura são mostrados os estados: inicial, posterior à colisão e posterior à propagação, da esquerda para a direita, respectivamente.

2.2. Equações Microscópicas

Considere uma rede bidimensional formada por sítios com b direções, onde cada sítio na rede é representado por um vetor posição \mathbf{X} . Cada sítio possui um número médio de partículas que possuem mesma massa (unitária), mesma velocidade (unitária) e pode se deslocar somente uma unidade de rede em cada passo de tempo T . Esse deslocamento, dado pela etapa de propagação, se dá sempre a partir do sítio \mathbf{X} para qualquer um dos primeiros vizinhos definidos por $\mathbf{X} + \mathbf{c}_i$, onde \mathbf{c}_i é um vetor que representa a velocidade na direção i . Com essas definições, é possível descrever a dinâmica das partículas ilustrada na figura (1), usando a seguinte equação

$$n_i(\mathbf{X} + \mathbf{c}_i, T + 1) = n_i(\mathbf{X}, T) + \omega_i[\mathbf{n}(\mathbf{X}, T)] \quad (1)$$

onde (n_1, n_2, \dots, n_b) são variáveis booleanas que representam a presença ($n_i = 1$) ou ausência ($n_i = 0$) de partículas na direção i e $\mathbf{n} = (n_1, n_2, \dots, n_b)$. A função $\omega_i[\mathbf{n}(\mathbf{X}, T)]$ é o operador de colisão, que descreve a evolução de $n_i(\mathbf{X}, T)$ durante a colisão no sítio \mathbf{X} e no tempo T , e pode ser escrito como

$$\omega_i[\mathbf{n}(\mathbf{X}, T)] = \sum_{\mathbf{s}, \mathbf{s}'} \alpha(\mathbf{s} \rightarrow \mathbf{s}') (s'_i - s_i) \prod_{j=1}^b n_j^{s_j} (1 - n_j)^{1-s_j} \quad (2)$$

onde $\alpha(\mathbf{s} \rightarrow \mathbf{s}')$ é um elemento da matriz de transição α que possui $2^b \times 2^b$ elementos, que indica quais transições são possíveis de um estado de entrada \mathbf{s} qualquer para um estado de saída \mathbf{s}' .

2.3. Equações Macroscópicas

Como objetivo principal é a obtenção de equações macroscópicas que representem o comportamento médio das quantidades conservadas, o detalhamento microscópico descrito pela equação (1) não é necessário. Desse modo, pode-se manipular apenas os valores médios de n_i . Tomando a média populacional (“ensemble averaging”) da equação (1), obtêm-se

$$N_i(\mathbf{X} + \mathbf{c}_i, T + 1) = N_i(\mathbf{X}, T) + \Omega_i[\mathbf{N}(\mathbf{X}, T)] \quad (3)$$

onde $N_i(\mathbf{X}, T) = \langle n_i(\mathbf{X}, T) \rangle$ e

$$\Omega_i[\mathbf{N}(\mathbf{X}, T)] = \sum_{\mathbf{s}, \mathbf{s}'} A(\mathbf{s} \rightarrow \mathbf{s}') (s'_i - s_i) \prod_{j=1}^b N_j^{s_j} (1 - N_j)^{1-s_j} \quad (4)$$

sendo $\Omega_i = \langle \omega_i \rangle$ e $A(\mathbf{s} \rightarrow \mathbf{s}') = \langle \alpha(\mathbf{s} \rightarrow \mathbf{s}') \rangle$. Note que $A(\mathbf{s} \rightarrow \mathbf{s}')$ é a média dos elementos das matrizes de transição, e representa a probabilidade de evolução do estado \mathbf{s} para \mathbf{s}' .

Localmente, tem-se que a densidade ρ e a quantidade de movimento $\rho \mathbf{u}$ podem ser escritas como

$$\sum_i N_i = \rho \quad \text{e} \quad \sum_i N_i \mathbf{c}_i = \rho \mathbf{u} \quad (5)$$

Em equilíbrio termodinâmico, pode ser mostrado (Frisch et al., 1986) que os N_i, s seguem uma distribuição de Fermi-Dirac, dada por

$$N_i = \frac{1}{1 + e^{h(\rho, u) + q(\rho, u) \mathbf{c}_i}} \quad (6)$$

onde as constantes $h(\rho, u)$ e $q(\rho, u)$ podem ser expandidas em séries de Taylor em torno de $u = 0$. O resultado pode ser utilizado para calcular a massa e quantidade de movimento para as primeiras ordens nos gradientes macroscópicos. Os termos de segunda ordem nos gradientes (termos viscosos) podem ser obtidos a partir do método de expansão de Chapman-Enskog (Chapman & Cowling, 1952; Frisch et al., 1986; Wolfram, 1986), o qual permite a obtenção do seguinte conjunto de equações:

$$\partial_t \rho + \partial_\alpha (\rho v_\alpha) = 0 \quad (7)$$

$$\partial_t \rho v_\beta + \partial_\alpha \rho g(\rho) v_\beta v_\alpha = \partial_\alpha \mu (\partial_\alpha \rho v_\beta + \partial_\beta \rho v_\alpha) + \partial_\beta (\kappa \partial_\alpha \rho v_\alpha) - \partial_\beta P \quad (8)$$

onde $P = c_s^2 \rho$, c_s , μ e κ são a pressão, a velocidade do som na rede, a viscosidade dinâmica e a viscosidade expansional. O parâmetro $g(\rho)$ é um efeito de rede que pode ser eliminado com uma troca de variáveis (Frisch et al., 1986).

3. Modelo de Gás em Rede para Escoamento Imiscível

Nesta seção, descreve-se o modelo de gás em rede booleano com *mediadores de campo* (MLGA) introduzido por Santos & Philippi (2002) para simulação de escoamentos bifásicos. O modelo utiliza o conceito de *mediadores*, como sendo “partículas” responsáveis pelo transporte das informações de campo relacionadas à distribuição de fases distintas na rede. Dessa forma, os mediadores atuam como “partículas” (sem massa) que conduzem a informação de concentração de determinadas fases em regiões do domínio, de modo que tais informações possam estar disponíveis localmente sem a necessidade de consulta aos sítios vizinhos.

Na caracterização dos estados dos sítios são necessários um conjunto de quatro variáveis booleanas: $r_i(\mathbf{X}, T)$ e $b_i(\mathbf{X}, T)$ que indicam a presença ou ausência de partículas vermelhas e azuis, respectivamente, e $m_i^r(\mathbf{X}, T)$ e $m_i^b(\mathbf{X}, T)$ que indicam a presença ou ausência de mediadores vermelhos ou azuis, respectivamente. As variáveis booleanas \mathbf{r}_i e \mathbf{b}_i podem assumir os valores zero ou um, independentemente umas das outras, sendo possível haver simultaneamente partículas de cores diferentes na mesma direção e no mesmo sítio.

A dinâmica microscópica do modelo pode ser descrita como se segue:

(i) *Colisão entre partículas de mesma cor*: As colisões são realizadas independentemente para partículas azuis e vermelhas, sendo utilizadas as mesmas regras de colisão dos modelos monofásicos. Chamando de \mathbf{r}_i e \mathbf{b}_i os estados resultantes deste processo, obtêm-se

$$\mathbf{r}'_i(\mathbf{X}, T) = \mathbf{r}_i(\mathbf{X}, T) + \omega_i [\mathbf{r}(\mathbf{X}, T)] \quad \text{e} \quad \mathbf{b}'_i(\mathbf{X}, T) = \mathbf{b}_i(\mathbf{X}, T) + \omega_i [\mathbf{b}(\mathbf{X}, T)] \quad (9)$$

(ii) *Colisão entre partículas de cores distintas*: Nesta etapa partículas azuis e vermelhas trocam de velocidade, conservando o número de partículas de cada cor e a quantidade de movimento total do sítio. Uma maneira eficiente de realizar esta etapa, é fazer a troca entre partículas azuis e vermelhas sem alterar a soma total $\mathbf{r}_i + \mathbf{b}_i$ em cada direção, o que conserva a quantidade de movimento total do sítio.

(iii) *Etapa de interferência dos mediadores*: Esta etapa é responsável pela separação entre as partículas de cores diferentes. Os mediadores não interferem entre si e atuam somente em partículas da mesma cor. Assim, quando um mediador encontra uma partícula de mesma cor na direção i , este interage (caso não haja nenhuma partícula de mesma cor em $-i$) com a mesma mudando a direção de sua velocidade para a direção $-i$.

Chamando de \mathbf{r}_i'' e \mathbf{b}_i'' os estados após a interferência, pode-se escrever

$$r_i''(\mathbf{X}, T) = r_i'(\mathbf{X}, T) + \xi_i(\mathbf{r}', \mathbf{m}^r) \quad \text{e} \quad b_i''(\mathbf{X}, T) = b_i'(\mathbf{X}, T) + \xi_i(\mathbf{b}', \mathbf{m}^b) \quad (10)$$

onde a interferência dos mediadores é representada pelo operador ξ_i , que pode ser escrito como

$$\xi_i(\mathbf{m}^r, \mathbf{r}) = m_{-i}^r (1 - m_i^r)(1 - r_i)r_{-i} - m_i^r (1 - m_{-i}^r)(1 - r_{-i})r_i. \quad (11)$$

(iv) *Etapa de emissão e aniquilação de mediadores*: A emissão de mediadores é sempre realizada quando o número de partículas de uma cor for maior que o número de partículas de outra cor naquele sítio, de acordo com a probabilidade de emissão P_e . Em argumentos matemáticos, têm-se

$$\sum_i r_i(\mathbf{X}, T) > \sum_i b_i(\mathbf{X}, T) \Rightarrow m_i^r(\mathbf{X}, T) = 1 \quad \text{e} \quad \sum_i r_i(\mathbf{X}, T) < \sum_i b_i(\mathbf{X}, T) \Rightarrow m_i^b(\mathbf{X}, T) = 1. \quad (12)$$

Para simular diferentes *ângulos de contato* θ_c , utiliza-se um campo de mediadores emitidos (azuis e vermelhos com probabilidades P_{eb}^s com P_{er}^s , respectivamente) a partir das regiões sólidas, cuja intensidade varia com a probabilidade P_e^s . Para controlar a *distância de interação* entre as partículas de mesma cor e entre as partículas e regiões sólidas, utiliza-se as probabilidades de aniquilação P_a e P_a^s , respectivamente, as quais determinam o instante da aniquilação dos mediadores de uma determinada cor.

(v) *Etapa de propagação*: Nessa etapa, tanto as partículas como os mediadores são propagados para os sítios vizinhos da mesma forma como nos modelos monofásicos, já citados anteriormente.

4. Pressão Capilar

Quando dois fluidos estão em contato e contidos em uma estrutura porosa, uma descontinuidade na pressão existe através da interface que separa ambos os fluidos. A magnitude dessa descontinuidade depende da curvatura da interface em determinada região do espaço poroso. Essa diferença de pressão através da interface é conhecida como pressão capilar P_c , e é definida como $P_c = P_{nw} - P_w$, onde P_{nw} é a pressão na fase não-molhante e P_w é a pressão na fase molhante. Considerando-se as condições de equilíbrio em uma área elementar em torno de um ponto na interface, sendo essa interface curva, têm-se dois raios principais de curvatura R_1 e R_2 perpendiculares entre si, relacionados pela lei de Young-Laplace, dada por

$$P_{nw} - P_w = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (13)$$

Observando a equação acima, pode-se interpretar a pressão capilar P_c como uma medida da tendência de um meio poroso absorver um fluido molhante ou repelir um fluido não-molhante (Bear, 1972). Muitas vezes, quando se deseja obter informações da geometria porosa de determinado meio poroso, como a porosidade e a distribuição do tamanho dos poros, costuma-se injetar um fluido na fase porosa, como mercúrio, variando-se as pressões externas aplicadas. Esse processo fornece as curvas de pressão capilar, que permitem a obtenção de relações entre a pressão capilar aplicada P_c e a saturação de uma das fases S . A partir das curvas de pressão capilar pode-se obter, além da porosidade e da distribuição do tamanho dos poros, as saturações irreduzíveis da fase deslocada (a partir de uma curva de drenagem) e a saturação residual da fase deslocante (a partir de uma curva de embebição). Essas informações podem ser úteis em processos de deslocamento imiscível em meios porosos, pois podem fornecer as quantidades das fases que são bloqueadas durante o deslocamento. Assim, se pode fazer uma estimativa da quantidade de determinado fluido que pode ser extraído de um determinado meio poroso.

5. Resultados e Discussão

Os resultados foram obtidos utilizando o modelo MLGA (Santos & Philippi, 2002) em uma rede FCHC (d'Humières et al., 1986) ($c_s \approx 0.707$) com 24 direções projetadas em 2 dimensões. As simulações foram conduzidas com o conjunto de parâmetros mostrados na tabela 1.

Tabela 1 – Parâmetros utilizados nas simulações com o modelo MLGA.

P_e	P_e^s	$*P_a$	$*P_a^s$	P_{eb}^s	P_{er}^s	Ângulo de Contato, θ_c
1.0	0.5	0.5	0.5	0.0	1.0	$\sim 0^\circ$

*Distância de interação de ~ 4 unidades de rede.

A estrutura porosa utilizada é formada de círculos bidimensionais arranjados aleatoriamente no domínio, cuja porosidade é de 65%. Como o objetivo principal é obter as curvas de P_c em função da saturação da fase molhante S_w (fase clara), a pressão externa aplicada na fase não-molhante (fase escura) P_{nw} é aumentada em passos de 0.25 (unidades de rede) até um limite definido pelo diâmetro dos poros da membrana inserida na câmara ocupada pela fase molhante, no qual os poros da membrana são invadidos. Essa membrana tem a função de evitar que a fase invasora invada a câmara inferior, fazendo com que poros de menores diâmetros possam ser invadidos a medida que a pressão externa é aumentada. Para cada passo de pressão, necessita-se aguardar até a obtenção do equilíbrio, onde a saturação de ambas as no meio torna-se constante. A curva obtida nesse processo é chamada de *curva de drenagem*. Após ser atingida a pressão limite citada, realiza-se o processo inverso, baixando-se a pressão na fase não-molhante P_{nw} , de modo que essa fase recue e a fase molhante desloque a fase não-molhante. Desse processo obtêm-se uma *curva de embebição*. A seqüência da simulação é mostrada nas figuras 2 e 3. As curvas de pressão capilar obtidas são mostradas na figura 4.

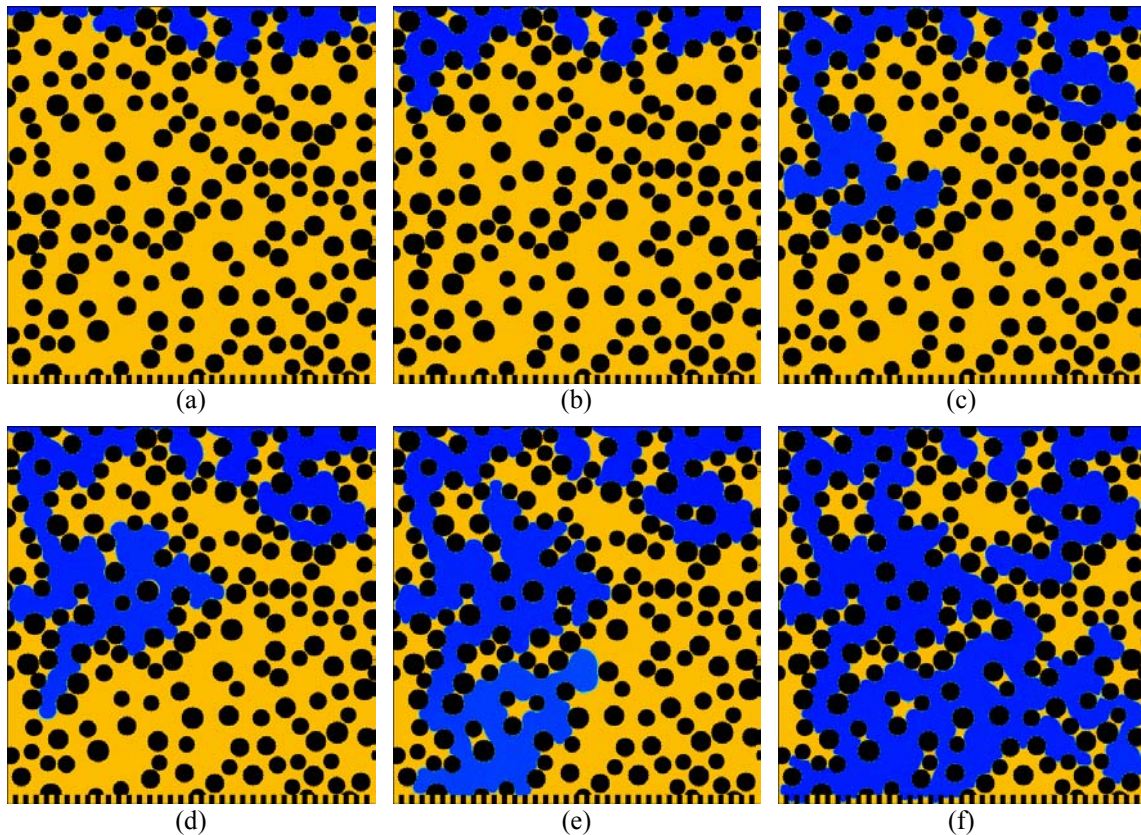


Figura 2 – Seqüência de um processo de drenagem obtido a partir do modelo MLGA em um meio poroso bidimensional com dimensão de 500x500 unidades de rede.

Como pode ser observado na figura 4, as curvas de pressão capilar obtidas com o modelo MLGA apresentam as mesmas características de curvas de pressão capilar obtidas experimentalmente. Entre essas características, pode-se observar o fenômeno de histerese, que faz com que o comportamento da curva de drenagem seja diferente da curva de embebição. Nota-se que nas curvas mostradas, existe um valor de pressão capilar de entrada, $P_c \sim 1.0$ (unidades de rede), onde a fase molhante realmente “atravessa” o meio poroso por completo, encontrando a membrana na câmara inferior. No caso simulado, a pressão capilar máxima na câmara superior que pode ser aplicada, depende do diâmetro dos poros da membrana. Dessa forma, quando a invasão desses poros inicia, não é mais possível aumentar a pressão na fase não-molhante; mesmo assim, encontrou-se o valor aproximado de saturação irreduzível da fase molhante de ~ 0.3 . Observando a curva de embebição foi possível obter o valor da saturação residual da fase não-molhante de ~ 0.2 .

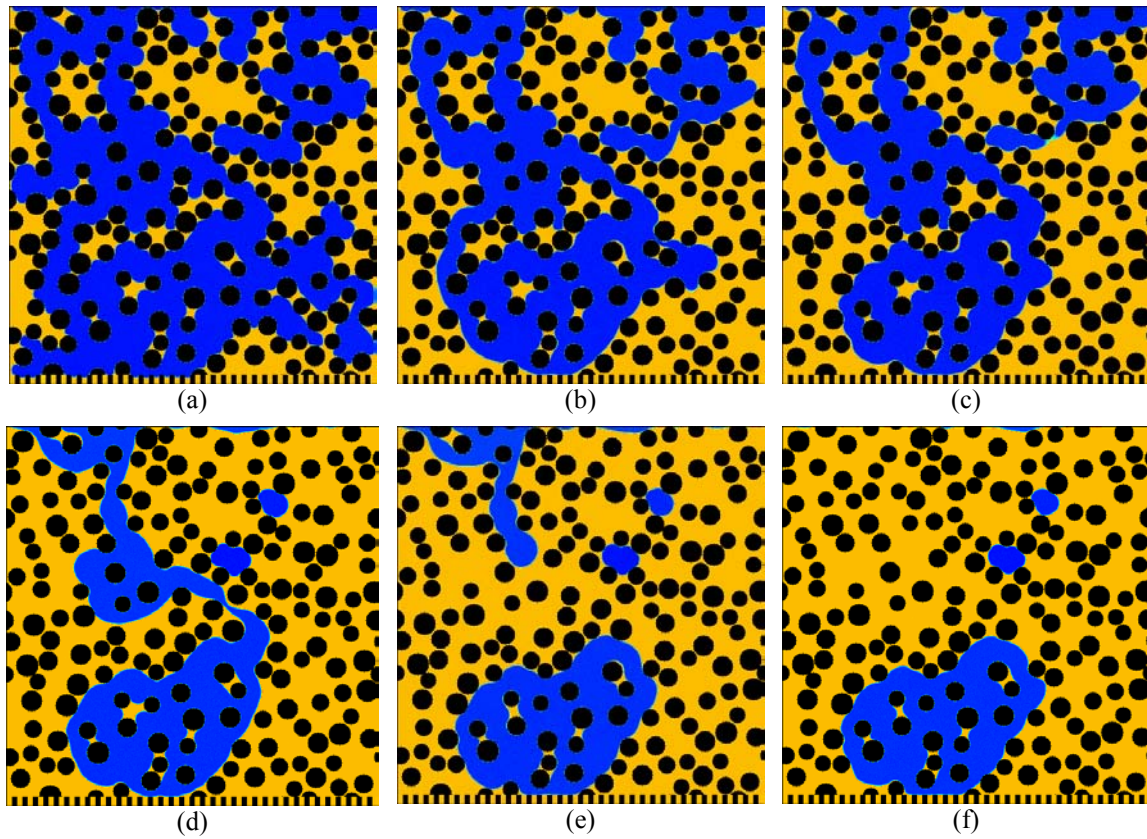


Figura 3 – Sequência de um processo de embebição obtido a partir do modelo MLGA em um meio poroso bidimensional com dimensão de 500x500 unidades de rede. Note que o ponto de partida para a simulação é o último passo de tempo do processo de drenagem.

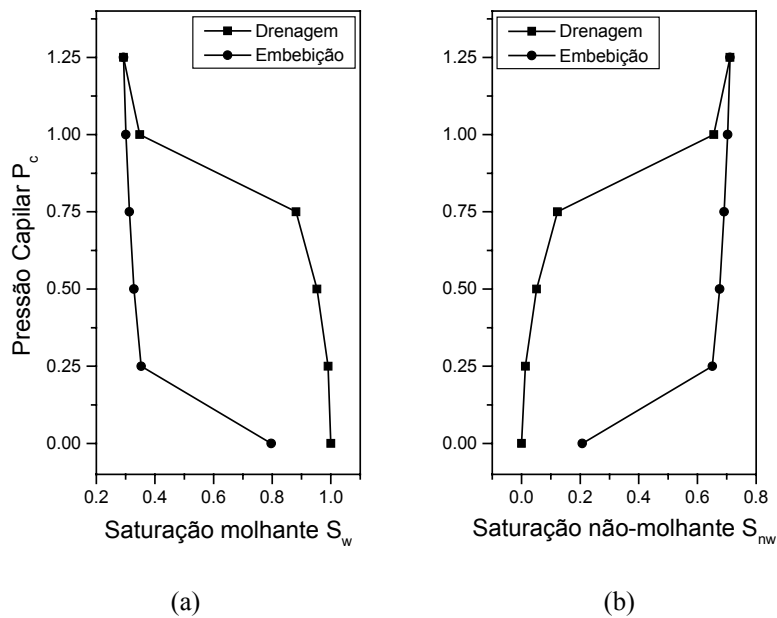


Figura 4 – Curvas de pressão capilar obtidas utilizando o modelo MLGA. Em (a) e (b), são mostradas as curvas de drenagem e embebição para a saturação da fase molhante e para saturação da fase não-molhante, respectivamente.

Um fator interessante observado nas simulações, sendo condizente com a realidade física do problema, é o comportamento do sistema frente aos processos de drenagem e embebição. No caso da drenagem, a fase invasora não-molhante sempre aumenta sua área invadida, o que aumenta seus “caminhos” disponíveis para o escoamento. O mesmo não ocorre no processo de embebição, onde a fase não-molhante perde sua continuidade em virtude de rupturas sucessivas. Essa perda de continuidade apresentada pela fase não-molhante no processo de embebição faz com que tais

processos tornem-se mais lentos, pois os caminhos disponíveis para a fase não-molhante escoar, diminuem com o tempo.

É importante notar que o meio poroso utilizado é idealizado e bidimensional, ou seja, não é exatamente representativo daqueles meios porosos encontrados na natureza. Embora, muitos fenômenos complexos que são observados em meios porosos reais, possam ser observados nesses tipos de geometrias.

6. Agradecimentos

Ao apoio financeiro da Agência Nacional do Petróleo – ANP e da Financiadora de Estudos e Projetos – FINEP, através do Programa de Recursos Humanos da ANP para o Setor de Petróleo e Gás Natural – PRH09/ANP/MME/MCT.

7. Referências

- ANDERSON, W. G., *Journal of Petroleum Technology*, v. 38, p. 1246, 1986,
BEAR, J., *Dynamics of fluids in porous media*, Dover Publications, New York, 1972.
CHAPMAN, S., COWLING, T. G., *The Mathematical Theory of Non-uniform Gases*, Cambridge University Press, 1952.
D'HUMIÈRES, D., LALLEMAND, P., FRISCH, U., Lattice gas models for 3D hydrodynamics, *Europhys. Lett.*, v. 2, p. 291-297, 1986.
FRISCH, U., HASLACHER B., POMEAU Y., Lattice-Gas Automata for the Navier-Stokes Equation, *Physical Review Letters*, v. 56, p. 1505-1508, 1986.
SAHIMI, M., Flow phenomena in rocks: from continuum models to fractals, percolation, cellular automata and simulated annealing, *Reviews of Modern Physics*, v. 65, n. 4, 1993.
dos SANTOS, L. O. E., PHILIPPI, P.C., Lattice-gas model based on field mediators for immiscible fluids, *Physical Review E*, v. 65, n. 46305, 2002.
WOLF, F. G., Simulação de Processos de Deslocamento Imiscível em Estruturas Porosas Utilizando Modelos de Gás em Rede com Mediadores de Campo, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2002. www.lmpt.ufsc.br/~fgwolf.
WOLFRAM, S., Cellular Automaton Fluids: Basic Theory, *J. Stat. Phys.*, v. 45, p. 471-52, 1986.