

## Copyright 2004, Instituto Brasileiro de Petróleo e Gás - IBP

Este Trabalho Técnico Científico foi preparado para apresentação no 3º Congresso Brasileiro de P&D em Petróleo e Gás, a ser realizado no período de 2 a 5 de outubro de 2005, em Salvador. Este Trabalho Técnico Científico foi selecionado e/ou revisado pela Comissão Científica, para apresentação no Evento. O conteúdo do Trabalho, como apresentado, não foi revisado pelo IBP. Os organizadores não irão traduzir ou corrigir os textos recebidos. O material conforme, apresentado, não necessariamente reflete as opiniões do Instituto Brasileiro de Petróleo e Gás, Sócios e Representantes. É de conhecimento e aprovação do(s) autor(es) que este Trabalho será publicado nos Anais do 3º Congresso Brasileiro de P&D em Petróleo e Gás

---

# DETERMINAÇÃO DA PERMEABILIDADE DE ROCHAS RESERVATÓRIO UTILIZANDO UM MODELO SÉRIE-PARALELO

Henrique C. de Gaspari<sup>1</sup>, Celso P. Fernandes<sup>2</sup>, Paulo C. Philippi<sup>3</sup>, Carlos R. O. Rodrigues<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico, Departamento de Engenharia Mecânica, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Campus Trindade, Florianópolis – SC, CEP: 88040-900, henrique@lmpt.ufsc.br

<sup>2,3</sup> Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico, Departamento de Engenharia Mecânica, Campus Trindade, Florianópolis – SC, CEP: 88040-900, celso@lmpt.ufsc.br, philippi@lmpt.ufsc.br

<sup>4</sup> Petrobras, Centro de Pesquisas e Desenvolvimento Leopoldo Américo M. de Mello, Tecnologia de Rochas, Cidade Universitária, Av. 1, Quadra 7, Ilha do Fundão, Rio de Janeiro – RJ, CEP: 21949-900, rodrigues.carlos@petrobras.com.br

**Resumo** – O trabalho aqui apresentado consiste na apresentação e aplicação de um modelo série-paralelo proposto por Reznik em 1971 na determinação da permeabilidade intrínseca de rochas reservatório. Os modelos série-paralelo, ou também chamados de *cut-and-rejoin*, utilizam a distribuição de tamanho de poros na estimativa dos valores de permeabilidade. Como característica principal pode-se citar a simplicidade do modelo, o que possibilita rapidez na obtenção de resultados. Os modelos série-paralelo normalmente assumem um processo determinístico para descrever as interações entre os poros durante a sobreposição das faces. Reznik propôs em seu trabalho que estes processos de interação entre os poros sejam descritos por processos aleatórios. Assumindo-se esta hipótese, a área de intersecção entre os poros passa a ser menor ou igual à área do menor poro. Ao final são propostas três formas de se obter a área de intersecção entre os poros, uma considerando o processo de interação entre os poros aleatório, outra considerando determinístico e outra fazendo-se uma combinação entre os processos aleatório e determinístico. A análise dos resultados demonstrou boa concordância entre os valores calculados com este modelo e os resultados experimentais.

Palavras-Chave: modelo série-paralelo; permeabilidade; rocha reservatório de petróleo.

**Abstract** – This paper present a series-parallel model, or cut-and-rejoin model, proposed by Reznik in 1971. This model is used in the determination of intrinsic permeability. Furthermore this model was applied to some petroleum reservoir rocks of Brazilian fields. Series-parallel models normally assume the interactions between pores are deterministic. Reznik propose a form to do that assuming the interactions between pores like a random process. In the end, Reznik proposed three equations for calculation of intrinsic permeability, one assuming random process of interaction between pores, other assuming deterministic process and other that is a combination of random and deterministic process. Analyzing the results is possible note good concordance with the experimental results, for the calculations without correction of the value of porosity.

Keywords: series-parallel model, cut-and-rejoin model, permeability, petroleum reservoir rock.

## 1. Introdução

Os modelos série-paralelo surgiram com Childs & Collis-George (1950), que propuseram uma forma de calcular a permeabilidade intrínseca de um material poroso a partir da distribuição de tamanho de poros. A idéia fundamental destes modelos consiste em pegar-se, por exemplo, uma amostra cilíndrica de material poroso e fazer um corte transversal, deixando-se expostas duas superfícies ou faces. Supõe-se que as distribuições de tamanho de poros destas duas superfícies sejam semelhantes. Feito isso, inicia-se uma sobreposição aleatória destas duas superfícies, realizando interações entre os poros de uma face com os poros da outra face, formando-se canais que ligam as duas partes.

Vários foram os modelos propostos em cima desta idéia principal, dentre eles o de Reznik (1971) desperta grande interesse. Reznik (1971) propõe que a interação entre os poros pode ser feita de três formas: aleatória, determinística e aleatória-determinística. Uma consideração muito comum a modelos série-paralelo é a de que o raio do menor poro é responsável pela resistência ao fluxo. Outros trabalhos atribuem a esta hipótese a obtenção de resultados superestimados. No modelo de Reznik (1971) é possível que a área que controla o fluxo seja menor do que a do menor poro. Isto pode ocorrer devido ao fato de que um poro de uma superfície pode não encontrar perfeitamente um poro da outra superfície. Além disto, pode acontecer de um poro encontrar-se com a matriz sólida, surgindo um braço morto. Reznik (1971) propõe também um complemento ao trabalho de Millington & Quirk (1961) no que diz respeito à porosidade de interface. Esta porosidade de interface é considerada devido ao fato de que durante a intersecção dos poros há diminuição da área de filtro.

Os dados de distribuição de tamanho de poros utilizados neste trabalho foram obtidos a partir de técnicas de análise de imagens digitais. Isto é feito através do processamento e análise de imagens bidimensionais obtidas a partir de seções da amostra do material.

Os estudos aqui apresentados foram desenvolvidos em cima da aplicação deste modelo série-paralelo a rochas reservatório de petróleo. Dada a simplicidade dos modelos série-paralelo é possível estimarem-se rapidamente valores de permeabilidade intrínseca. Há outros métodos que possibilitam a estimativa da permeabilidade intrínseca utilizando análise de imagens digitais, por exemplo, Santos et al. (2002) determinaram a permeabilidade de rochas reservatório usando um modelo booleano de gás em rede. Este método realiza uma simulação do fluxo em uma microestrutura tridimensional reconstruída, sendo que esta simulação consome algumas horas de processamento até fornecer o resultado final.

## 2. O Modelo

Partindo-se da idéia de se fazer um corte transversal em uma amostra cilíndrica de um material poroso, ao se ter as duas superfícies ou faces expostas é feita uma superposição aleatória destas superfícies, gerando-se um modelo constituído de fatias sucessivas como mostrado na Figura 1. Para facilitar o entendimento, na Figura 1 é considerada uma espessura de cada fatia, desta forma cada fatia é formada por tubos retilíneos com raios diferentes.

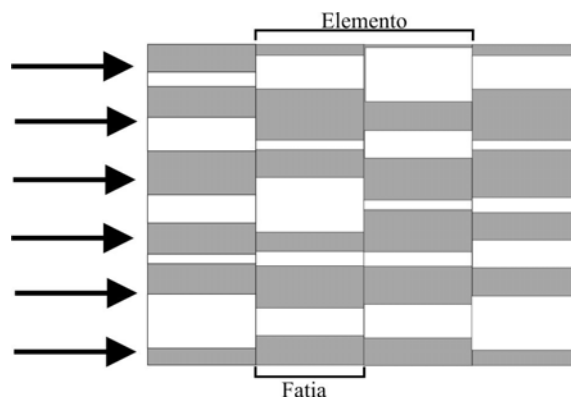


Figura 1. Elementos do modelo

Unindo-se duas fatias obtém-se um elemento, que é constituído por um conjunto de intersecções de poros de diferentes raios. Estas intersecções formam canais que governam o fluxo através desse elemento. Implicitamente ao modelo está a idéia de que ao se fazer estas sobreposições ter-se-á um modelo da amostra, que conservará algumas propriedades da amostra original.

Para a formulação do problema são consideradas  $n$  classes de poros identificadas como:  $r_1, r_2, \dots, r_n$ , sendo  $r_1 > r_2 > \dots > r_n$ . Cada classe de poro ocupa uma fração de área  $\phi_i$  em relação ao volume poroso.

Durante a sobreposição das fatias considera-se a interação entre duas superfícies, denominadas de A e B. A probabilidade  $P_{ij}$  de um poro  $r_i$  da superfície A interagir com um poro  $r_j$  da superfície B é avaliada de acordo com a Equação 1.

$$P_{ij} = \varepsilon^2 \cdot \phi_i \cdot \phi_j \quad (1)$$

Sendo  $\varepsilon$  a porosidade antes da junção das fatias.

Para um sistema simétrico:  $P_{ij} = P_{ji}$ . Desta forma, a probabilidade de ambas as intersecções  $i-j$  é apresentada na Equação 2.

$$P_{ij} = \begin{cases} 2 \cdot \varepsilon^2 \cdot \phi_i \cdot \phi_j; & \text{se } i \neq j \\ \varepsilon^2 \cdot \phi_i \cdot \phi_j; & \text{se } i = j \end{cases} \quad (2)$$

Neste modelo são considerados encontros parciais de um poro da superfície A com um poro da superfície B, e pode ocorrer também o encontro de um poro com a matriz sólida. Seguindo esta idéia considera-se uma variável aleatória  $A_{ij}$  representativa da área de intersecção destes dois poros. Desta forma, a probabilidade  $P_{ij}$  pode ser escrita como uma função  $E(A_{ij})$ . Assume-se  $R_{ij}$  como sendo o raio equivalente a uma área circular de mesmo valor que  $A_{ij}$ , portanto:

$$R_{ij} = \left[ \frac{E(A_{ij})}{\pi} \right]^{1/2} \quad (3)$$

Considerando agora que  $a_{ij}$  é a área de filtro associada a todas as intersecções  $i-j$ , tem-se:

$$a_{ij} = P_{ij} \cdot A = X_{ij} \cdot \pi \cdot R_{ij}^2 \quad (4)$$

Sendo  $X_{ij}$  o número de canais formados pelas interações entre os poros da superfície A com os poros da superfície B.

Como o escoamento do fluido no espaço poroso é laminar e a baixas velocidades (*creeping flow*) e considera-se que os poros têm seção transversal circular normal às linhas de fluxo, torna-se possível utilizar a lei de Poiseuille e a lei de Darcy para descrever o fluxo através dos canais formados. A vazão no meio poroso é descrita de acordo com a Equação 5.

$$Q = \frac{-\pi \cdot \Delta p}{8 \cdot \mu \cdot L} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X'_{ij} \cdot R_{ij}^4 \rightarrow X'_{ij} = \begin{cases} X_{ij}/2; & \text{se } i \neq j \\ X_{ij}; & \text{se } i = j \end{cases} \quad (5)$$

$\mu$  é a viscosidade do fluido,  $L$  o comprimento da amostra e  $\Delta p$  a diferença de pressão entre a entrada e a saída. A partir da Equação 4 e da Equação 5 chega-se a relação apresentada na Equação 6.

$$Q = \frac{\varepsilon^2 \cdot \Delta p \cdot A}{8 \cdot \mu \cdot L} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \phi_i \cdot \phi_j \cdot R_{ij}^2 \quad (6)$$

Utilizando a lei de Darcy e substituindo o valor do raio pelo valor esperado da área de intersecção  $E(A_{ij})$ , chega-se a Equação 7, na qual  $k$  representa a permeabilidade.

$$k = \frac{\varepsilon^2}{8 \cdot \pi} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \phi_i \cdot \phi_j \cdot E(A_{ij}) \quad (7)$$

A questão agora é determinar o valor esperado da área de intersecção dos poros  $r_i$  com  $r_j$ . Na Tabela 1 estão apresentadas três formas de se estimar esta variável aleatória. Para um processo aleatório de interação entre os poros, considerando sempre a ocorrência de pelo menos um sucesso, esta estimativa é obtida através de aproximações e relações geométricas. Isto é feito em cima de estudos desenvolvidos sobre a área de intersecção entre dois círculos que se sobrepõem aleatoriamente, e o mais interessante é que ao final chega-se a uma relação em função apenas de  $r_i$  e  $r_j$ .

Para um processo determinístico de interação entre os poros é feita a consideração de que a área resultante da junção de dois poros é a área do menor poro. Desta forma, tem-se um processo altamente ordenado.

Os meios porosos encontrados na natureza apresentam características referentes à sua formação tanto aleatórias quanto determinísticas. Devido a isto, é feita uma média entre os valores esperados dos processos aleatórios e determinísticos buscando obter melhores resultados. Este processo que considera uma combinação entre processos aleatórios e determinísticos na interação entre os poros das superfícies foi denominado de aleatório-determinístico, e a equação para determinar a área de intersecção neste caso também esta apresentada na Tabela 1.

Tabela 1. Valor esperado da área de intersecção

Valor Esperado	Processo		
	Aleatório	Determinístico	Aleatório-Determinístico
$E(A_{ij})$	$\left( \frac{r_i \cdot r_j}{r_i + r_j} \right)^2 \cdot \pi$	$r_s^2 \cdot \pi$	$\left( \frac{r_s^2 \cdot r_l}{r_s + r_l} \right) \cdot \pi$

Sendo,

$$r_s = \begin{cases} r_i; & \text{se } r_i \leq r_j \\ r_j; & \text{se } r_i > r_j \end{cases} \quad \text{e} \quad r_l = \begin{cases} r_i; & \text{se } r_i \geq r_j \\ r_j; & \text{se } r_i < r_j \end{cases} \quad (8)$$

Na Equação 1 o termo  $\varepsilon$  representa a porosidade antes das interações entre as classes de poros. Como no encontro entre os poros há uma diminuição da área de filtro, Reznik (1971) utilizando a idéia do trabalho de Millington e Quirk (1961) propõe uma forma de se obter a porosidade de interface ( $\varepsilon^2$ ) resultante da sobreposição das faces. Denominando de  $\phi$  a porosidade após a justaposição das superfícies verifica-se que:  $\varepsilon \geq \phi$ . No modelo de Childs e Collis-George (1950)  $\varepsilon = \phi$ , Reznik (1971) considera esta igualdade uma deficiência dos modelos do tipo série-paralelo.

Millington e Quirk (1961) associaram a uma interação aleatória entre os poros a porosidade  $\phi^{2x}$ , resultante da interação entre  $\phi^x$  e  $\phi^x$ .  $\phi^{2x}$  representa uma área mínima formada diante de uma área sólida máxima  $(1-\phi)^x$ , que se relacionam de acordo com a Equação 9.

$$\phi^{2x} + (1-\phi)^x - 1 = 0 \quad (9)$$

A proposta feita por Reznik (1971) foi de complementar a Equação 9 com uma relação em que a porosidade de interface forma um máximo enquanto a área sólida forma um mínimo de acordo com o que é apresentado na Equação 10.

$$\phi^y + (1-\phi)^{2y} - 1 = 0 \quad (10)$$

Para valores de porosidade entre 5% e 95% as Equações 9 e 10 quando representadas graficamente se aproximam de uma reta. Desta forma, chega-se às expressões para obter o valor de  $x$  e  $y$ .

$$\begin{cases} x = 0,5778 + 0,2111 \cdot \phi \\ y = 0,7978 - 0,2245 \cdot \phi \end{cases} \quad (11)$$

De acordo com o que foi apresentado, Reznik (1971) propôs as equações apresentadas na Tabela 2 para o cálculo da porosidade de interface.

Tabela 2. Porosidade de interface

Porosidade antes da junção	Processo		
	Aleatório	Determinístico	Aleatório-Determinístico
$\varepsilon^2$	$\phi^{2x}$	$\phi$	$\phi^{\frac{3}{4}(x+y)}$

### 3. Resultados

Nos modelos série-paralelo o dado de entrada para o cálculo da permeabilidade intrínseca é a função distribuição de tamanho de poros. No presente trabalho este dado foi obtido através de técnicas de análise de imagens digitais. Para isto, são obtidas imagens coloridas ou em tons de cinza a partir de uma seção plana de uma amostra do material. Desta imagem da amostra são geradas imagens binárias, nas quais estão presentes apenas os poros e a matriz sólida, no caso de rochas reservatório de petróleo. A distribuição de tamanho de poros é medida utilizando-se abertura morfológica (Coster e Chermant, 1989).

Os resultados aqui apresentados foram aplicados a rochas reservatório de petróleo de campos brasileiros. Estes resultados estimados com o modelo aqui apresentado foram comparados com resultados experimentais obtidos pela petrofísica.

Na Tabela 3 estão apresentados os resultados obtidos utilizando a Equação 7 e as formas de estimar o valor esperado da área de intersecção ( $E(A_{ij})$ ) apresentadas na Tabela 1. A porosidade de interface é calculada, para cada processo de interação entre os poros, utilizando a Tabela 2.

Tabela 3. Comparação entre os resultados obtidos com o modelo de Reznik (1971) e os resultados experimentais

Conjunto	Porosidade $\phi$ (%)		Permeabilidade (mD)			
	Petrofísica	Visual	Petrofísica	Aleatório	Aleatório-Determinístico	Determinístico
<b>B001</b>	18,0	18,1	26,0	23,8	55	96,6
<b>B002</b>	21,5	20,5	37,2	28,4	64,4	112,4
<b>B003</b>	21,3	19,5	91,8	36,6	84	146,9
<b>B004</b>	24,0	21,4	104,0	44,1	100,5	175,1
<b>B005</b>	25,4	21,5	152,5	64,5	148,4	260,5
<b>B006</b>	22,5	22,0	197,5	74,2	167,8	290,6
<b>B007</b>	26,0	26,7	407,8	112,8	250,5	430,3
<b>B008</b>	26,5	25,3	540,0	90,9	204,3	354,0
<b>B009</b>	32,0	27,6	642,0	153,9	349,8	614,0

Os resultados apresentados na Tabela 3 mostram boa concordância com os resultados de permeabilidade intrínseca obtidos experimentalmente. Oito dos nove conjuntos de imagens apresentaram bons resultados. Analisando através de erros expressos em porcentagem, foram considerados bons resultados alguns valores que chegaram a diferir do experimental em até 24%. O menor erro observado foi de 3%.

Observa-se que para os conjuntos de imagens que apresentam valores mais altos de permeabilidade os resultados mais coerentes são obtidos utilizando-se os modelos que consideram o processo de interação entre os poros determinístico ou aleatório-determinístico. Já as amostras que apresentam menores valores de permeabilidade têm os melhores resultados obtidos com o modelo aqui apresentado associados ao processo aleatório de interação entre os poros. Observando as distribuições de tamanho de poros das amostras selecionadas pode-se dizer que elas são semelhantes. Portanto pode-se atribuir este comportamento tanto às variações dos valores obtidos para a porosidade como à organização espacial dos poros. Para as microestruturas porosas que apresentam menor valor de permeabilidade, a organização dos poros é mais irregular, causando uma maior resistência à passagem do fluido. Já as microestruturas com valores de permeabilidade mais elevados, a organização dos poros é maior, facilitando a passagem do fluido.

Na Tabela 3 é colocada uma comparação entre os resultados obtidos pela petrofísica e pelo método visual para a determinação da porosidade. Isto é feito no intuito de mostrar que em alguns casos há uma diferença entre os resultados obtidos por estes dois métodos. Esta diferença deve-se ao fato de que devido às resoluções utilizadas nas imagens capturadas não é possível a visualização de alguns poros que tem diâmetros menores do que o valor da resolução adotada. Já a petrofísica utiliza expansão a gás para medir a porosidade, o que torna possível incluir no valor da porosidade os poros com diâmetro próximo do valor do diâmetro das moléculas do gás utilizado.

### 4. Conclusão

De acordo com os resultados obtidos vê-se que o modelo série-paralelo proposto por Reznik (1971) quando aplicado a rochas reservatório fornece valores concordantes com os resultados experimentais.

Devido à indisponibilidade de uma maior variedade de amostras, não foi possível aplicar o modelo a casos onde a porosidade apresentasse maior variabilidade. Mais um ponto a ser abordado futuramente é utilizar casos onde as amostras apresentem raios maiores do que os raios presentes nas amostras utilizadas neste trabalho.

O que foi apresentado aqui é um estudo preliminar, que deve ser aprofundado analisando-se uma maior variedade de rochas e outras formas de interação entre os poros.

## 5. Agradecimentos

Os autores agradecem ao Centro de Pesquisas e Desenvolvimento Leopoldo A. Miguez de Mello (CENPES/PETROBRAS) pela cessão das imagens das rochas reservatório bem como dos dados experimentais. H.C. de Gaspari agradece o apoio financeiro da Agência Nacional do Petróleo (ANP) da qual é bolsista de Mestrado junto ao Programa de Formação de Recursos Humanos em Engenharia Mecânica e Química para Petróleo e Gás (MECPETRO) da Universidade Federal de Santa Catarina.

## 6. Referências

- CHILDS, E.C., COLLIS-GEORGE, N., The permeability of porous materials, *Proc. Roy. Soc., London*, A201, p.392-405, 1950.
- COSTER, M., CHERMANT, J.L., *Precis D'analyse D'images*, Presses du CNRS, Paris, 1989.
- MILLINGTON, R.J., QUIRK, J.P., Permeability of Porous Solids, *Trans. Faraday Soc.*, v. 37, p.1200-1206, 1961.
- REZNIK, A.A. Permeability and Porosity Predictions from a Cut-and-Rejoining Model and Pore-Size Distribution, *Ph.D. thesis*, University of Pittsburgh, 1971.
- SANTOS, L.O. E., PHILIPPI, P.C., DAMIANI, M.C., FERNANDES, C.P. Using three-dimensional reconstructed microstructures for predicting intrinsic permeability of reservoir- rocks based on a boolean lattice gas method, *J. Pet. Sci. Eng.*, v.35, p.109-104, 2002.